

Géomorphogénèse

Chapitre 4

B. Andreotti

2011/2012

Écoulements gravitaires et rivières.

1 Processus de pentes et avalanches

1.1 Typologie des écoulements gravitaires

Les paysages de surface sont modelés par l'érosion et le transport mais aussi par le simple effet de la gravité en présence de pentes. Dans la mesure où les écoulements gravitaires transportent la masse le long des pentes, ils érodent les reliefs pour combler les zones dépressionnaires. Si il n'en résulte pas aux temps géologiques une surface relativement plate, c'est que trois mécanismes conduisent à restaurer du relief. Le plus important est le processus de soulèvement associé à la tectonique des plaques. Le soulèvement dit orogénique est le résultat de la collision des plaques tectoniques et aboutit à des chaînes de montagne ou à une élévation plus modeste d'une large région. Le soulèvement dit isostatique traduit une élévation progressive qui compense l'érosion d'une chaîne de montagne: suite à son allègement par transfert de matière vers les plaines, le sol remonte grâce à la poussée d'Archimède. Bien que, globalement, l'érosion et le transport fluviaux conduisent à un transfert de masse le long des pentes, ces effets créent également du relief. Lors de l'incision d'une rivière dans un sol cohésif, des berges se créent, dont la pente transverse conduit à du transport gravitaire. Enfin, les volcans sont des reliefs formés par l'éjection et l'empilement de matériaux issus de remontées magmatiques en provenance du manteau. Leur forme conique traduit une régulation de la pente à sa valeur seuil.

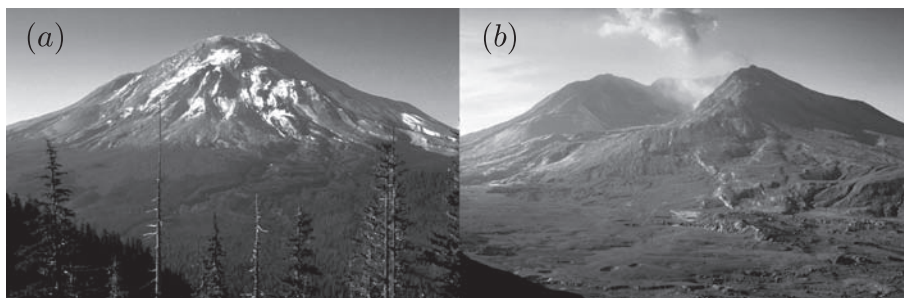


Figure 1: Photographies du mont Saint Helens juste avant (a) et juste après (b) son éruption catastrophique du 18 mai 1980. Un énorme glissement de terrain fit passer l'altitude du volcan de 2 950 à 2 549 mètres, déplaçant un volume de $2,3\text{km}^3$ de débris. On peut remarquer que le sommet a été remplacé par un cratère en forme de fer à cheval d'une largeur de 1,5 kilomètres. L'énorme coulée pyroclastique qui s'ensuivit a recouvert la végétation et les habitations sur 600km^2 .

Les différents modes de transport induits par la gravité se distinguent par leurs échelles de temps ou de vitesse:

- La reptation du sol correspondant à un écoulement moyen a une vitesse de l'ordre du millimètre par an. Elle provient des cycles de dilatation et de contraction de la couche de sol superficielle sous l'effet de l'alternance entre saisons sèche et humide. Ce mouvement est accentué par le brassage du sol par la végétation et la faune. Lorsque la reptation provient des cycles alternant gel et dégel, sur un substrat gelé et donc imperméable, on parle de solifluction. Les mouvements peuvent atteindre la dizaine de centimètres par jour.
- Transport hydrique. Splash. Ecoulement poreux vs surface.
- Les écoulements de débris se distinguent par la nature du fluide interstitiel. Les avalanches rocheuses coulent typiquement autour du mètre par seconde. Dans certains cas, le fluide ralentit le mouvement. Par exemple, les glaciers de roches, constitués de roche et de glace, coulent à quelques centimètres par an. Dans d'autres cas, le fluide lubrifie l'écoulement rocheux, comme dans les cas des laves torrentielles (mélange d'eau et de sédiments), des Lahars (laves torrentielles provenant de débris volcaniques), des coulées de boues ou des avalanches sous-marines. Les vitesses sont alors de l'ordre de dix mètres par seconde.
- On parle de glissements de terrain lorsque de grandes masses de rochers ou de sédiments descendent le long de la plus grande pente de manière cohérente. On a dans ce cas une localisation du cisaillement en une ou plusieurs bandes. Contrairement aux écoulements de débris, la masse déplacée reste reconnaissable après le glissement de terrain. Sauf franchissement brusque du seuil, les vitesses des glissements de terrain sont de l'ordre de dix mètres par an.

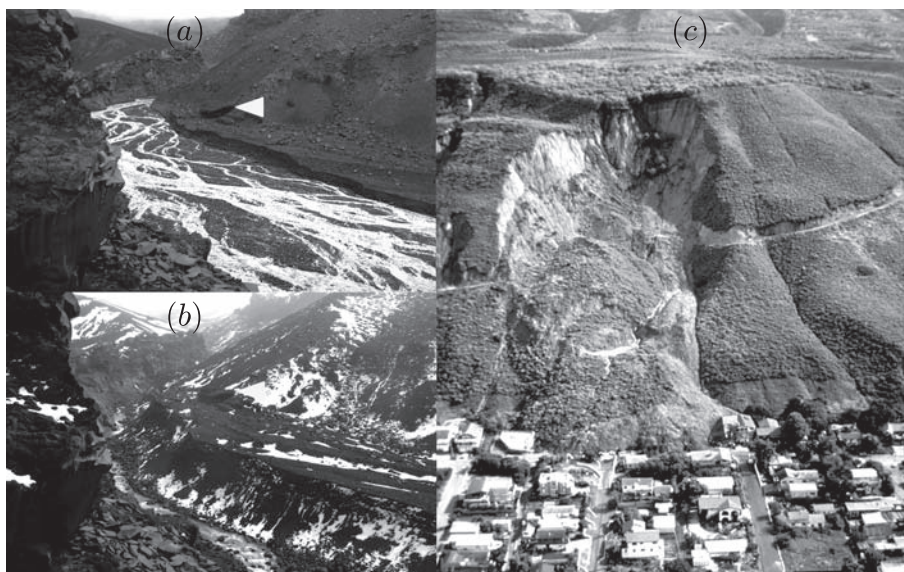


Figure 2: (a) Lahar sur les flancs d'un volcan – la photographie du haut montre le chenal avant la coulée. (b) Glissement de terrain de La Conchita. La cohérence du bloc argileux, marquée par la route et la verdure, reste remarquable.

Plusieurs facteurs favorisent la nucléation d'écoulements gravitaires de grande taille. Dans un grand nombre de cas, c'est la présence d'eau interstitielle qui explique le déclenchement. En particulier, l'accumulation d'eau au niveau des couches imperméables peut produire une liquéfaction des couches argileuses, conduisant à la formation d'une surface de rupture permettant la rotation d'une "lentille" de sol ou la translation d'un bloc. L'absence de végétation, liée en particulier à la déforestation, favorise les catastrophes gravitaires par un effet remarquablement simple: la baisse du seuil de mise en mouvement des matériaux. Enfin, les séismes peuvent jouer le rôle de perturbation d'amplitude finie conduisant à la nucléation d'avalanches.



Figure 3: Glissement de terrain de Franck (Rocheuses, Canada) datant du 29 Avril 1903. 74 millions de tonnes (30 millions de mètres cubes, soit 650 mètres de haut par 900 m de large par 150 m d'épaisseur) de calcaire se sont détachés de la montagne, recouvrant trois kilomètres carrés de vallée.

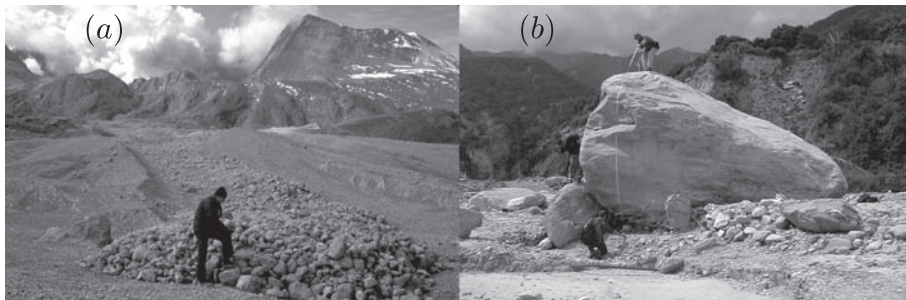


Figure 4: Illustration de la variabilité granulométrique des écoulements de débris. La photographie de gauche, prise au mont Saint Helens, montre une épaisseur d'arrêt relativement faible, de quelques tailles de grains.

1.2 Soulèvement géival et force de flottaison thermo-moléculaire

Les déplacements de particules solides dans le sol, au fil des cycles de gel et de dégel, proviennent de manière ultime d'une force d'origine thermo-moléculaire que nous analysons ici. Le soulèvement de la surface du sol dû au gel – soulèvement géival – est lié à la formation de "lentilles" de glace au sein de sols composés de particules fines (Dash & al. 2006). Ce phénomène n'est pas lié à aux 10% de différence de densité entre l'eau gelée et l'eau liquide. En effet, le soulèvement se produit également avec des fluides interstitiels moins denses que leur phase solide (Taber 1930). Les lentilles de glace sans particule se forment parallèlement aux isothermes, par drainage de l'eau liquide située en profondeur sous l'effet de la répulsion entre la glace et les particules. Avant de discuter plus en profondeur de l'origine de cet effet, soulignons que le soulèvement géival conduit à une remontée de cailloux selon la direction normale aux isothermes. Lors du dégel, les trous laissés dans le sol par les lentilles de glace se comblent de particules fines, les cailloux ne redescendant que légèrement, selon la direction de la gravité. Ce mécanisme de cryoreptation conduit à une

ségrégation de cailloux, qui forment en surface des motifs très spectaculaires (Fig. E1.1). Le mécanisme d'instabilité est simple: les isothermes longent les zones d'accumulation de cailloux. Les gradients de températures sont donc infléchis en direction de ces zones. Dès lors, cet effet de pointe conduit à accumuler les cailloux là où il y en a déjà.

Décrivons maintenant l'origine physique de la force thermo-moléculaire à l'origine de la formation des lentilles de glaces. Au voisinage d'un substrat solide (le grain considéré sur la figure E1.2), les conditions thermodynamiques du changement d'état solide-liquide peuvent être déplacées. Considérons le cas où la phase liquide mouille totalement le substrat, ce qui signifie que l'attraction exercée par le substrat est plus forte que l'attraction entre molécules du liquide. Le paramètre d'étalement, construit sur les trois coefficients de tension superficielle vérifie donc: $\Delta\gamma = \gamma_{sv} - \gamma_{lv} + \gamma_{sl} > 0$. On conçoit aisément que dans ce cas, il peut exister un film liquide dans le voisinage du substrat à une température inférieure à la température de fusion en volume. L'énergie par unité de volume associée à l'attraction d'un substrat plan s'appelle la pression de disjonction et dépend de la distance h au substrat. Dans le cas de forces de van-der-Waals non-retardées, nous avons vu précédemment que la pression de disjonction s'écrit:

$$\Pi(h) = -\frac{\mathcal{A}}{6\pi h^3} \approx \frac{4 \Delta\gamma a_0^2}{h^3} \quad (1)$$

où \mathcal{A} est la constante de Hamaker. Du point de vue thermodynamique, la discontinuité de pression

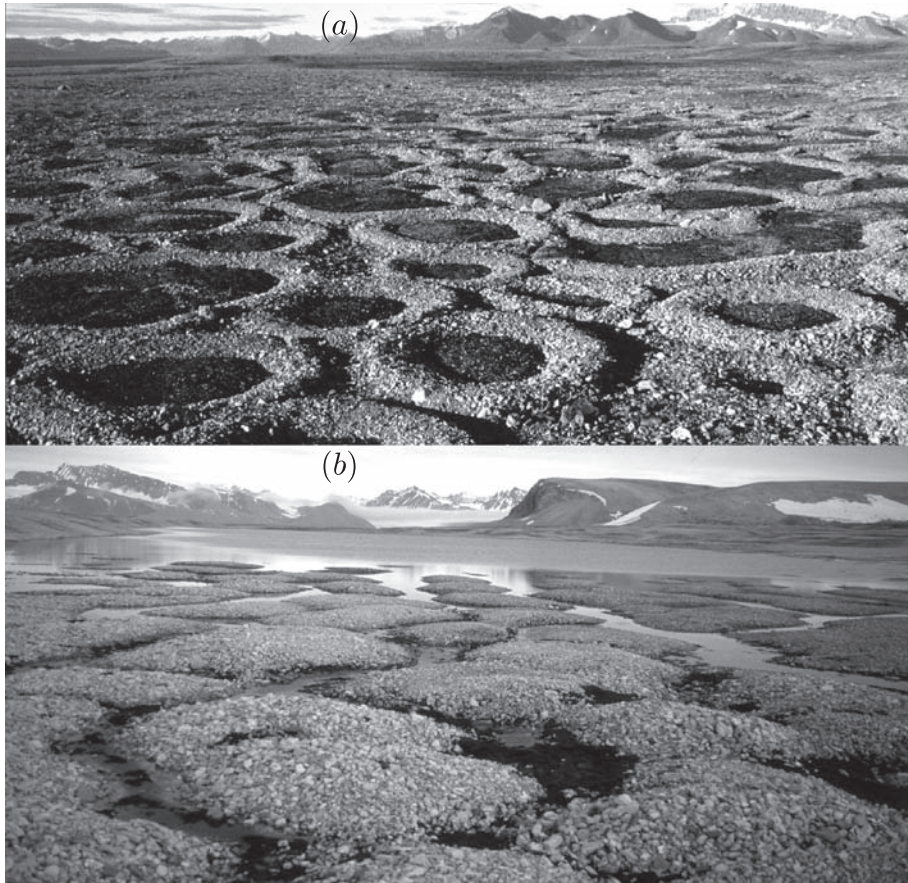


Figure 5: (a) Cercles de cailloux (Kvadehuksletta, Spitsbergen) induits par le soulèvement géglival. Credits: M. A. Kessler. Polygones de cailloux ségrégués (Kvadehuksletta, Bröggerhalvöya, Svalbard). Credits: Ó. Ingólfsson. Dans les deux cas, la taille caractéristique des motifs est de l'ordre de quelques mètres, ce qui correspond à la profondeur de pénétration du gel.

entre le solide et sa phase fondue peut être approximée par la somme de la pression de disjonction $\Pi(h)$ et de la pression de Laplace macroscopique $\gamma_{sl} \kappa$, égale au produit de la tension de surface solide-liquide γ_{sl} par la courbure κ de l'interface. La pression de disjonction, tout comme la pression de Laplace, traduit une différence d'énergie de liaison d'une molécule à l'interface par rapport à une situation de référence (interface plane et film d'épaisseur infinie). Il s'agit de deux effets géométriques que l'on peut associer à l'environnement des molécules. A l'équilibre thermodynamique, en vertu de la relation de Gibbs-Duhem, cette différence de pression est compensée par une différence de potentiel chimique entre les phases:

$$\mu_s - \mu_l = \Pi(h) + \gamma_{sl} \kappa \approx \rho_s q_f \frac{T_f - T}{T_f} \quad (2)$$

où T_f est la température de fusion et q_f la chaleur latente de fusion. Cette équation détermine l'épaisseur du film de préfusion. Lorsque les effets de courbure sont négligeables, on obtient:

$$h_0 \approx \left(\frac{4 \Delta\gamma a_0^2 T_f}{\rho_l q_f (T_f - T)} \right)^{1/3} \quad (3)$$

La force \mathcal{F}_T qui s'exerce sur le grain (substrat) est la résultante de la pression de disjonction:

$$\mathbf{F}_T = - \int_S \Pi d\mathbf{S} \approx \int_S \left(\gamma_{sl} \kappa - \rho_l q_f \frac{T_f - T}{T_f} \right) d\mathbf{S} \quad (4)$$

La résultante associée au terme de courbure est nulle. Il reste donc une force de la forme:

$$\mathbf{F}_T \approx \int_V \rho_l \frac{q_f}{T_f} \nabla T dV \quad (5)$$

La force thermo-moléculaire est donc proportionnelle au gradient de température, au volume de la particule, et à la masse volumique de la glace. On peut artificiellement mettre cette force sous la forme d'une force de flottaison $\rho_l V \mathbf{G}$, l'accélération thermo-moléculaire étant

$$\mathbf{G} = \frac{q_f}{T_f} \nabla T \quad (6)$$

Même avec un très faible gradient de température de 0.025 K m^{-1} , G est déjà trois fois plus important que l'accélération de la pesanteur ($q_f \approx 330 \text{ kJ kg}^{-1}$, $T_f \approx 270 \text{ K}$).

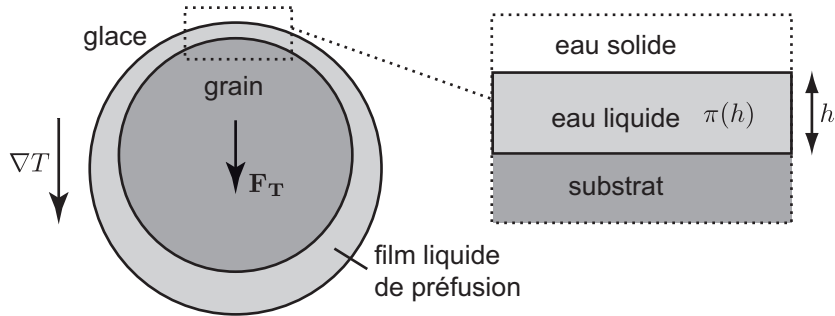


Figure 6: Schéma d'un grain séparé de la glace par un film de préfusion et entraîné en mouvement par le gradient de pression thermo-moléculaire.

Le mouvement de la particule est freiné par le frottement exercé par le liquide profond, qui est drainé en sens inverse de la particule. La traînée provient essentiellement de la force de pression et vaut:

$$\mathbf{F}_d = - \frac{\pi \eta d^4}{2h_0^3} \mathbf{u}^P \quad (7)$$

En équilibrant la traînée par la force thermo-moléculaire, on obtient la vitesse de migration des particules:

$$\mathbf{u}^p = \frac{4\Delta\gamma a_0^2}{3\eta d} \frac{\nabla T}{T_f - T} \quad (8)$$

La vitesse est d'autant plus grande que les particules sont petites. Pour une particule d'argile micrométrique, séparée de la glace par un film de préfusion de 10 nm, et soumise à un gradient thermique de 1 K m^{-1} , la vitesse de migration est de l'ordre de $10 \mu\text{m}$ par jour.

2 Avalanches

2.1 Équations de Saint-Venant

Les équations moyennées dans l'épaisseur (ou équations de Saint-Venant, Saint-Venant 1871) ont été introduites dans le contexte des écoulements granulaires pour la première fois par Savage & Hutter en 1989. Elles sont l'analogue des équations en eaux peu profondes que l'on utilise en mécanique des fluides. Les équations de Saint-Venant reposent sur l'hypothèse que la couche qui coule est fine devant les longueurs caractéristiques de l'écoulement. C'est le cas de nombreux écoulements géophysiques (avalanches rocheuses, glissements de terrain) où une couche de matériau de quelques dizaines de mètres s'écoule sur des kilomètres de distance. La configuration typique que nous allons étudier est celle de la figure 7. Une couche coule sur une pente inclinée à un angle θ (pour simplifier, nous supposons l'écoulement bi-dimensionnel dans le plan Oxz). L'idée des équations de Saint-Venant est de tirer profit de l'hypothèse de couche mince pour oublier la direction z et essayer de décrire l'écoulement par son épaisseur locale $h(x, t)$ et sa vitesse moyenne locale $\bar{u}(x, t)$ selon x .

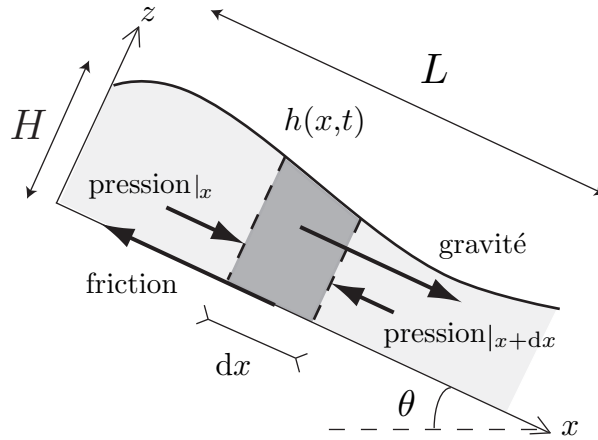


Figure 7: Principe des équations moyennées dans l'épaisseur quand l'échelle d'épaisseur H est petite devant L .

2.1.1 Dérivation des équations

Pour obtenir les équations de Saint-Venant, la première hypothèse consiste à considérer le matériau comme un milieu continu incompressible

$$\rho = \text{constante.} \quad (9)$$

Dans le cas d'écoulements denses, nous avons vu que cette hypothèse est justifiée car leur fraction volumique ne varie qu'entre 0,5 et 0,6. Sous cette hypothèse, il est possible d'écrire les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Considérons le cas de l'écoulement

sur une pente θ (Fig. 7) d'un matériau de masse volumique ρ ayant une vitesse $\mathbf{u} = u(x, z, t)\mathbf{e}_x + v(x, z, t)\mathbf{e}_z$. La conservation de la masse (??) s'écrit

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \quad (10)$$

Les équations de la quantité de mouvement (??) s'écrivent en fonction du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g \sin \theta + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}, \quad (11)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\rho g \cos \theta + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}. \quad (12)$$

L'obtention des équations moyennées s'effectue en deux étapes. La première étape consiste à tirer partie de l'hypothèse de couche mince pour négliger des termes dans les équations (10) à (12). La seconde étape consiste à intégrer ces équations le long de z .

Afin de visualiser les ordres de grandeur des différents termes des équations précédentes, on introduit des variables adimensionnées notées avec un tilde. L'échelle de grandeur des variations selon x est notée L , et l'échelle de l'épaisseur de la couche est H . L'hypothèse de couche mince signifie que le paramètre $\varepsilon = H/L$ est petit. L'adimensionnement est choisi comme suit

$$x = \tilde{x} L, \quad z = \tilde{z} H, \quad t = \tilde{t} (L/U), \quad (13)$$

$$u = \tilde{u} U, \quad v = \tilde{v} \varepsilon U, \quad (14)$$

$$\sigma_{xx} = \tilde{\sigma}_{xx} \rho g H \cos \theta, \quad \sigma_{zz} = \tilde{\sigma}_{zz} \rho g H \cos \theta, \quad \sigma_{xz} = \tilde{\sigma}_{xz} \rho g H \sin \theta. \quad (15)$$

Ici U est l'échelle de vitesse horizontale typique du problème, par exemple $U = \sqrt{gH \cos \theta}$ (voir équation ??). Le choix de l'échelle de vitesse verticale εU est imposé par l'équation de continuité. Le choix de l'échelle de temps L/U est simplement donné par le temps d'advection horizontale d'une perturbation d'échelle L . Notons que d'autres adimensionnements pourraient être fait en présence de temps caractéristiques extérieurs, par exemple lorsqu'une vibration est imposée à la couche mince. L'adimensionnement précédent permet d'écrire les équations de conservation sous la forme

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}} = 0, \quad (16)$$

$$\varepsilon \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} \right) = \tan \theta + \varepsilon \frac{\partial \tilde{\sigma}_{xx}}{\partial \tilde{x}} + \tan \theta \frac{\partial \tilde{\sigma}_{xz}}{\partial \tilde{z}}, \quad (17)$$

$$\varepsilon^2 \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}} \right) = -1 + \varepsilon \tan \theta \frac{\partial \tilde{\sigma}_{xz}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{zz}}{\partial \tilde{z}}. \quad (18)$$

Considérons maintenant la dernière équation (18). Lorsque ε est petit elle se réduit à

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{zz}}{\partial \tilde{z}} = 1. \quad (19)$$

En couche mince la pression verticale est donc donnée par l'équilibre hydrostatique. L'intégration de cette équation avec la condition de pression nulle à la surface nous donne pour la contrainte verticale dimensionnée

$$\sigma_{zz} = -\rho g \cos \theta (h(x, t) - z). \quad (20)$$

Pour obtenir les équations de Saint-Venant, il faut ensuite intégrer selon z les équations de la masse (16) et de la quantité de mouvement (17). Ce calcul est fait en détail dans l'article de Savage et Hutter (1989). Nous présentons ici une dérivation basée sur des raisonnements de bilan dans une petite tranche de matériau fixe comprise entre x et $x + dx$ (Fig. 7). On note $\bar{u} = 1/h \int_0^h u(x, z, t) dz$ la vitesse moyennée dans l'épaisseur. La conservation de la masse pour

un système ouvert nous indique que la variation de masse par unité de temps dans la tranche d'épaisseur dx est égale au flux de matière entrant moins le flux de matière sortant, c'est-à-dire

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h dx) = \int_0^h \rho u dz \Big|_x - \int_0^h \rho u dz \Big|_{x+dx}. \quad (21)$$

En simplifiant par ρ (la densité étant supposée constante) et en divisant par dx , nous obtenons alors l'équation de conservation de la masse intégrée dans l'épaisseur

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h \bar{u}}{\partial x} = 0. \quad (22)$$

Un raisonnement similaire nous permet d'écrire la variation par unité de temps de la quantité de mouvement dans l'élément dx soumis à des forces extérieures $\sum F$ comme

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h \bar{u} dx) = \int_0^h \rho u^2 dz \Big|_x - \int_0^h \rho u^2 dz \Big|_{x+dx} + \sum F, \quad (23)$$

soit

$$\rho \left(\frac{\partial h \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial h \bar{u}^2}{\partial x} \right) = \sum F/dx, \quad (24)$$

où nous avons noté $\bar{u}^2 = 1/h \int_0^h u^2(x, z, t) dz$.

À ce stade, une première relation de fermeture est nécessaire. L'équation précédente fait en effet intervenir \bar{u}^2 alors que notre but est d'obtenir une équation pour la vitesse moyenne \bar{u} . Une approximation fréquemment utilisée consiste à supposer que le profil de vitesse dans la verticale est établi, c'est-à-dire qu'il a la même forme que le profil de vitesse obtenu pour un écoulement stationnaire et uniforme. On écrit alors $\bar{u}^2 = \alpha \bar{u}^2$, où α est un paramètre qui tient compte de la forme de ce profil. Pour un profil de type bouchon avec une vitesse qui ne varie pas dans l'épaisseur, on a simplement $\alpha = 1$. Pour un profil linéaire (resp. parabolique) on trouve $\alpha = 4/3$ (resp. $\alpha = 5/6$). Enfin pour un profil de vitesse de type Bagnold comme prédit par la rhéologie locale (voir ??), on a $\alpha = 5/4$. Notons que ce choix d'utiliser le profil d'équilibre comme fermeture dans le terme d'accélération n'a rien d'évident. En effet, pour un écoulement non uniforme et non stationnaire, les effets inertiels modifient *a priori* la forme du profil de vitesse. Nous verrons dans la section ?? qu'il existe des méthodes pour améliorer cette fermeture et mieux tenir compte de la modification du profil de vitesse dans un écoulement non homogène.

Il nous reste à exprimer la composante selon x des forces $\sum F$ s'exerçant sur la tranche d'épaisseur dx (Fig. 7)

$$\sum F = \rho g h dx \sin \theta - \tau_b dx - \int_0^h \sigma_{xx} dz \Big|_x + \int_0^h \sigma_{xx} dz \Big|_{x+dx}. \quad (25)$$

Le premier terme correspond à la composante de la gravité parallèle au plan. Le deuxième terme est la force au fond, qui est reliée à la contrainte τ_b s'exerçant à l'interface entre la couche en écoulement et le fond. L'essentiel de la spécificité de la rhéologie du matériau qui coule est inclus dans ce terme que nous discuterons plus loin. Enfin le troisième et quatrième terme est la force de pression latérale s'exerçant de part et d'autre de la tranche considérée.

Pour poursuivre, il nous faut des informations sur la répartition des contraintes σ_{xx} dans l'épaisseur. D'après l'hypothèse de couche mince (20) nous connaissons les contraintes normales suivant la verticale σ_{zz} . Nous supposons dans la suite qu'une relation de proportionnalité existe entre les deux contraintes normales, $\sigma_{xx} = K \sigma_{zz}$. Cette hypothèse n'a rien d'évidente pour un milieu granulaire. Pour un fluide classique, nous savons que la pression est isotrope et $K = 1$. Pour un milieu granulaire de Mohr-Coulomb d'angle de friction δ et dont la direction des lignes de glissement est la direction x , nous avons vu qu'il y a proportionnalité et que $K = 1 + 2 \tan^2 \delta$ (voir la relation ??). Cette hypothèse a été utilisée par Savage & Hutter (1989). Cependant, les

simulations numériques de dynamique moléculaire réalisées sur plan incliné ne confortent pas cette hypothèse car elles montrent que les différences de contraintes normales sont très faibles $\sigma_{xx} \simeq \sigma_{zz}$ (Silbert *et al.* 2003 ; GDR MiDi 2004). Nous garderons toutefois dans la suite le paramètre K . Sous cette hypothèse, l'intégrale des forces de pression peut se calculer à l'aide de (20) et la somme des forces s'écrit

$$\sum F = dx \left(\rho gh \sin \theta - \tau_b - K \rho gh \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right). \quad (26)$$

Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement moyennées dans l'épaisseur s'écrivent finalement

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h \bar{u}}{\partial x} = 0, \quad (27)$$

$$\rho \left(\frac{\partial h \bar{u}}{\partial t} + \alpha \frac{\partial h \bar{u}^2}{\partial x} \right) = \rho gh \cos \theta \left(\tan \theta - \frac{\tau_b}{\rho gh \cos \theta} - K \frac{\partial h}{\partial x} \right). \quad (28)$$

Avant de poursuivre, rappelons les différentes hypothèses utilisées pour établir ces équations : (i) milieu incompressible, (ii) approximation de couche mince ($\partial h / \partial x \ll 1$), (iii) hypothèse sur le profil de vitesse pour déterminer α , (iv) proportionnalité entre les contraintes normales selon x et z reliées par le paramètre K . Une seconde remarque concerne l'ordre d'approximation des équations ainsi obtenues. Si l'on revient aux équations adimensionnées, on s'aperçoit que les termes de gradient d'épaisseur et d'accélération dans (28) proviennent de termes d'ordre ε dans l'équation (17). Pour être cohérent, la contrainte à la base τ_b devrait donc être exprimée jusqu'à l'ordre ε . En pratique, nous verrons que l'on se contente souvent de l'écrire à l'ordre le plus bas, à partir de la connaissance des écoulements stationnaires uniformes.

Les équations de Saint-Venant (27-28) s'interprètent très facilement. Dans (28) l'accélération (terme de gauche) est compensée par une force de gravité, une force de friction au fond et une force d'étalement. En écrivant ces équations nous nous sommes affranchis de la description précise du comportement du matériau dans la couche. La rhéologie du matériau est contenue dans le terme d'interface τ_b qui décrit la contrainte qui s'exerce à l'interface entre la couche qui coule et le fond rigide. La question se pose de savoir quelle forme doit prendre ce terme.

2.1.2 Choix de la loi de friction

Pour un fluide visqueux newtonien en écoulement laminaire, τ_b serait simplement donnée par l'expression de la contrainte visqueuse au fond $\tau_b \sim \eta \bar{u} / h$, où η est la viscosité. Pour un milieu granulaire, nous avons vu que l'analyse dimensionnelle impose que l'échelle de contraintes soit donnée par la pression (section §??). Il paraît donc raisonnable d'écrire pour la contrainte interfaciale τ_b une loi de type friction, c'est-à-dire une contrainte tangentielle proportionnelle à la contrainte normale

$$\tau_b = \mu_b \rho gh \cos \theta. \quad (29)$$

Ici μ_b est un coefficient de friction basal qui décrit l'interaction entre la couche et le fond.

Les premières tentatives d'application des équations de Saint-Venant aux écoulements granulaires ont choisi une loi de friction simple de type Coulomb, c'est-à-dire un coefficient de friction basal μ_b constant et indépendant de la vitesse et de l'épaisseur de la couche. Les équations (27), (28) et (29) forment alors un système fermé qui peut servir à modéliser des écoulements. Savage et Hutter ont utilisé ces hypothèses pour prédire la propagation d'une masse granulaire sur un plan concave. L'accord avec les expériences était assez satisfaisant pour des plans lisses et fortement inclinés (Savage & Hutter 1989). De façon générale, l'approximation de coefficient de friction constant constitue une première bonne approche pour appréhender de nombreux problèmes complexes, comme la formation de ressauts hydrauliques ou d'ondes de choc (Fig. 8) (Gray *et al.* 2003, Boudet *et al.* 2007), ou encore l'étalement d'une masse de grain sur un plan horizontal (Fig. 9) (Lajeunesse *et al.* 2004 ; Lube *et al.* 2004 ; Balmforth & Kerswell 2005). Notons que dans ce dernier cas, les équations ne permettent pas de décrire la phase finale de l'étalement d'un tas (Fig. 9) dans laquelle seule une couche superficielle de grains coule sur un fond meuble érodable.

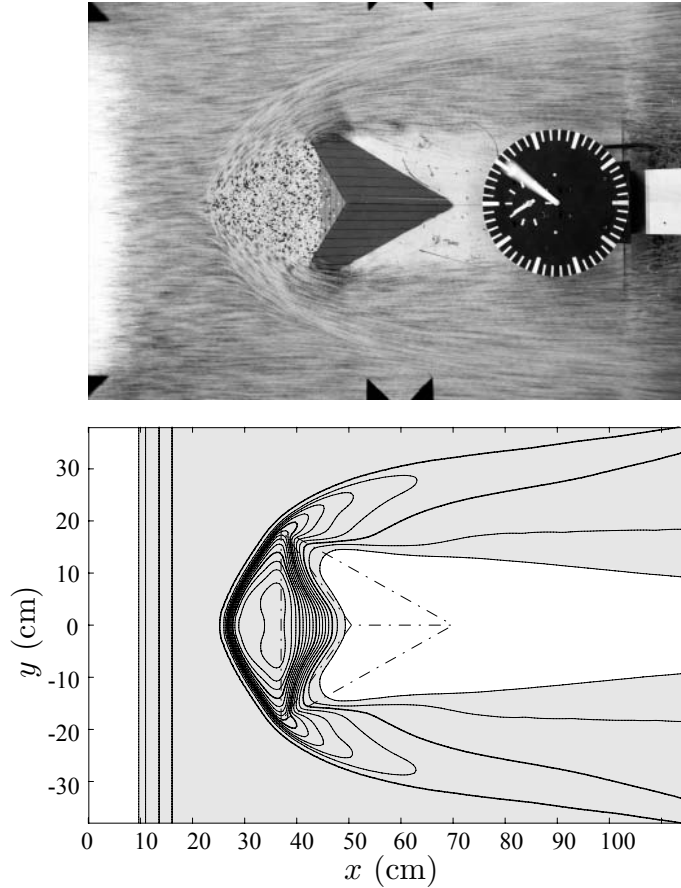


Figure 8: Ondes de chocs en amont d'un obstacle pyramidal dans un écoulement sur plan incliné lisse. L'écoulement va de la gauche vers la droite. Haut : expérience ; bas : contours d'épaisseur prédit par les équations de Saint-Venant avec un coefficient de friction μ_b constant. D'après Gray *et al.* (2003).

Le choix d'un coefficient de friction basal constant dans la loi (29) reste cependant une approximation. En particulier, il ne permet pas de décrire les écoulements granulaires sur des pentes rugueuses, quand la rugosité du fond devient de l'ordre de la taille des grains qui coulent. En effet dans ces conditions, nous avons vu qu'il existe une gamme d'inclinaison de l'ordre de 10° pour lesquels on observe des écoulements stationnaires uniformes (§??). Or d'après (28) et (29) un écoulement stationnaire et uniforme vérifie la relation $\tan \theta = \mu_b$. Si μ_b est constant, il n'existe qu'un seul angle où les écoulements stationnaires uniformes sont observés, en contradiction avec les observations expérimentales.

En réalité, nous savons que le coefficient de friction d'un écoulement dense n'est pas constant mais dépend du taux de cisaillement et de la contrainte normale *via* le nombre sans dimension I (section §??). Un choix compatible avec la rhéologie locale serait donc d'écrire $\mu_b = \mu(I_b)$, où I_b est le nombre inertiel calculé à la base du plan, $I_b = u'(z=0, t)d/\sqrt{|\sigma_{zz}(z=0, t)|/\rho_p}$. En supposant le profil de vitesse établi, nous pouvons utiliser les résultats de la section §??. Le profil de vitesse est donné par l'équation (??) ; la vitesse moyenne s'exprime en fonction de h et θ en vertu de l'équation (??). On obtient alors après quelques manipulations $I_b = 5d\bar{u}/2h\sqrt{g\phi h \cos \theta}$. Le coefficient de friction basal peut donc s'exprimer en fonction de l'épaisseur et de la vitesse moyenne locale $\mu_b(\bar{u}, h) = \mu(5d\bar{u}/2h\sqrt{g\phi h \cos \theta})$. En utilisant l'expression de $\mu(I)$ proposée précédemment

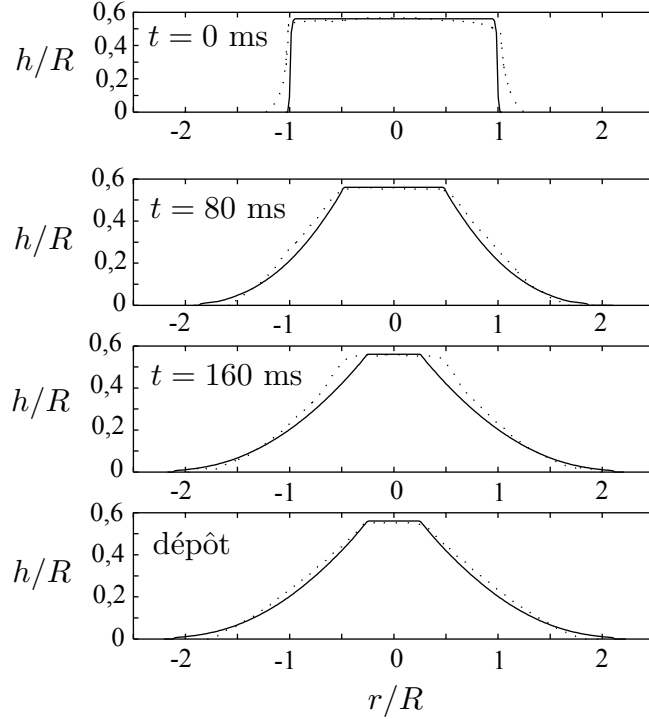


Figure 9: Étalement axisymétrique d’une masse sur un plan horizontal. Comparaison entre les expériences (pointillés) et la prédiction des équations de Saint-Venant avec un coefficient μ_b constant (d’après Mangeney-Castelnaud *et al.* 2005).

(??), on trouve

$$\mu_b(\bar{u}, h) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{2I_0 h \sqrt{\varphi g h \cos \theta}}{5d\bar{u}} + 1}. \quad (30)$$

Il est également possible d’introduire dans la loi de friction μ_b des effets plus subtiles comme l’hystérésis, les effets de friction pariétale, et les effets de taille finie sur les seuils d’écoulement, qui ne sont pas présents dans la rhéologie locale $\mu(I)$. Des lois de frictions basales empiriques ont ainsi été proposées qui permettent de prédire la dynamique d’étalement complexe d’une masse granulaire sur une pente, de la phase de démarrage jusqu’à l’arrêt et le dépôt (Fig. 10 ; Pouliquen & Forterre 2002 ; Mangeney-Castelnaud *et al.* 2003).

2.2 Fronts d’avalanche; solutions propagatives

Comme premier exemple d’application des équations de Saint-Venant, nous allons étudier la forme d’un front granulaire qui coule à vitesse constante le long d’un plan incliné. Expérimentalement, un tel front se forme à l’avant d’un écoulement stationnaire et uniforme quand le matériau est lâché à partir d’une ouverture contrôlée (Fig. 11). Pour décrire ce front, on cherche une solution des équations de Saint-Venant sous la forme d’une onde progressive se déplaçant à la vitesse c sous la forme

$$h(x, t) = h(X) \quad \text{et} \quad \bar{u}(x, t) = \bar{u}(X), \quad \text{avec} \quad X = x - ct. \quad (31)$$

L’équation de conservation de la masse (27) devient alors

$$\frac{d}{dX} h(-c + \bar{u}) = 0. \quad (32)$$

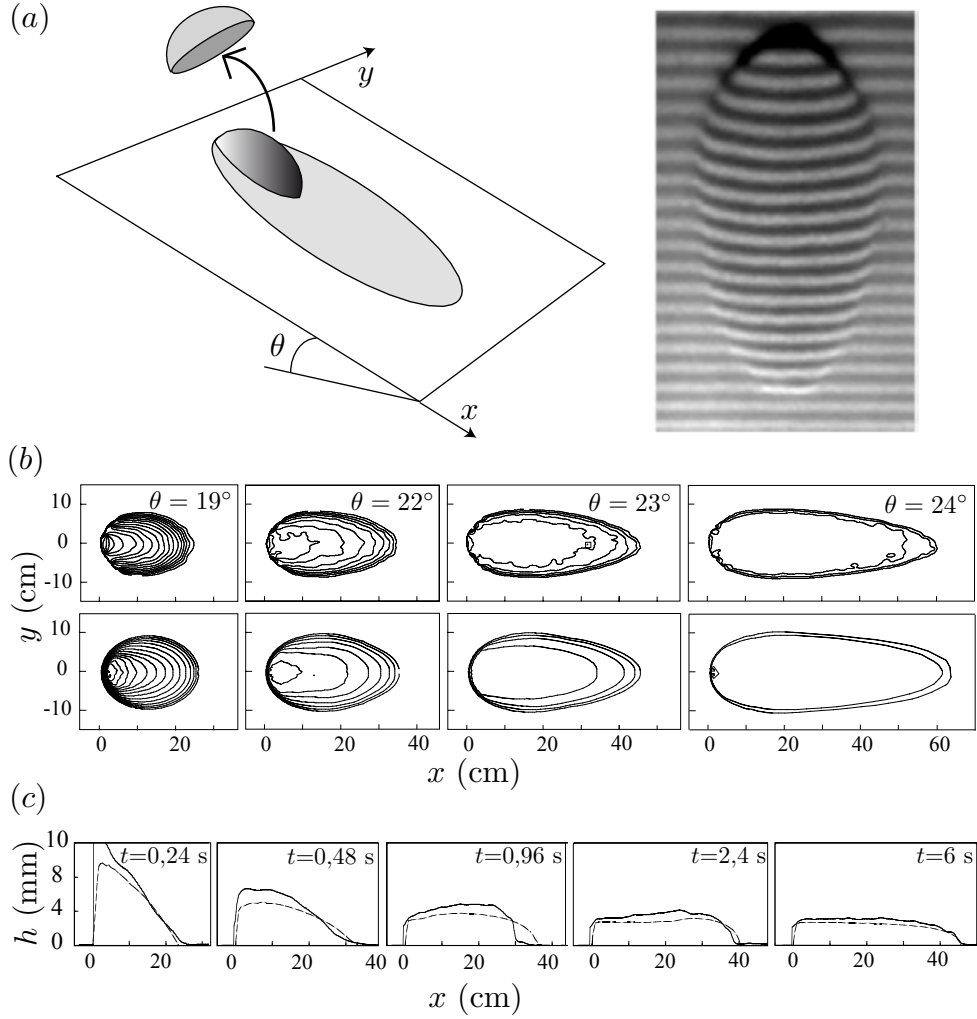


Figure 10: (a) Étalement d'une masse lâchée sur un plan incliné rugueux, mesurée par une technique de moiré (photo). (b) Dépôt final en fonction de l'inclinaison du plan. Comparaison entre l'expérience (haut) et les équations de Saint-Venant utilisant une loi de friction phénoménologique dépendant de la vitesse et de l'épaisseur (bas). (c) Dynamique d'étalement en fonction du temps : expérience (trait plein) et théorie (trait pointillé). D'après Pouliquen & Forterre (2002).

Si on intègre cette équation entre $X = 0$ (avant du front où $h = 0$) et une position quelconque X on obtient $h(X)\bar{u}(X) = c h(X)$, d'où $\bar{u}(X) = c$. Pour un front stationnaire, la conservation de la masse impose donc que la vitesse moyenne horizontale $\bar{u}(X)$ est constante et égale à la vitesse du front c . L'équation moyennée dans l'épaisseur de la quantité de mouvement (28) s'écrit alors

$$(1 - \alpha)\mathcal{F}^2 \frac{dh}{dX} = gh \cos \theta \left(\tan \theta - \mu_b - K \frac{dh}{dX} \right), \quad (33)$$

où $\mathcal{F} = c/\sqrt{gh \cos \theta}$ est un nombre de Froude. En général, le nombre de Froude est petit (sauf très près du front) et $\alpha \simeq 1$. Nous négligerons donc le terme de gauche dans la suite, ce qui revient à supposer que la couche est partout à l'équilibre des forces. Pour simplifier, nous poserons également $K = 1$ (hypothèse de pression isotrope). La forme du front est alors donnée par

l'équation différentielle suivante

$$\frac{dh}{dX} = \tan \theta - \mu_b(c, h). \quad (34)$$

Dans cette équation, nous avons souligné la dépendance du coefficient de friction à la base en fonction de la vitesse moyenne et de l'épaisseur. Il est possible de réécrire cette équation en utilisant des variables adimensionnées : $h' = h/h_\infty$ et $X' = X/h_\infty$, où h_∞ est l'épaisseur de l'écoulement loin du front. On élimine alors la vitesse grâce à la relation valable loin du front (écoulement stationnaire uniforme) : $\tan \theta = \mu_b(c, h_\infty)$. En choisissant l'expression (30) du coefficient de friction à la base, on trouve

$$\frac{dh'}{dX'} = \tan \theta - \mu_1 - \frac{\mu_2 - \mu_1}{\gamma h'^{3/2} + 1} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{\mu_2 - \tan \theta}{\tan \theta - \mu_1}. \quad (35)$$

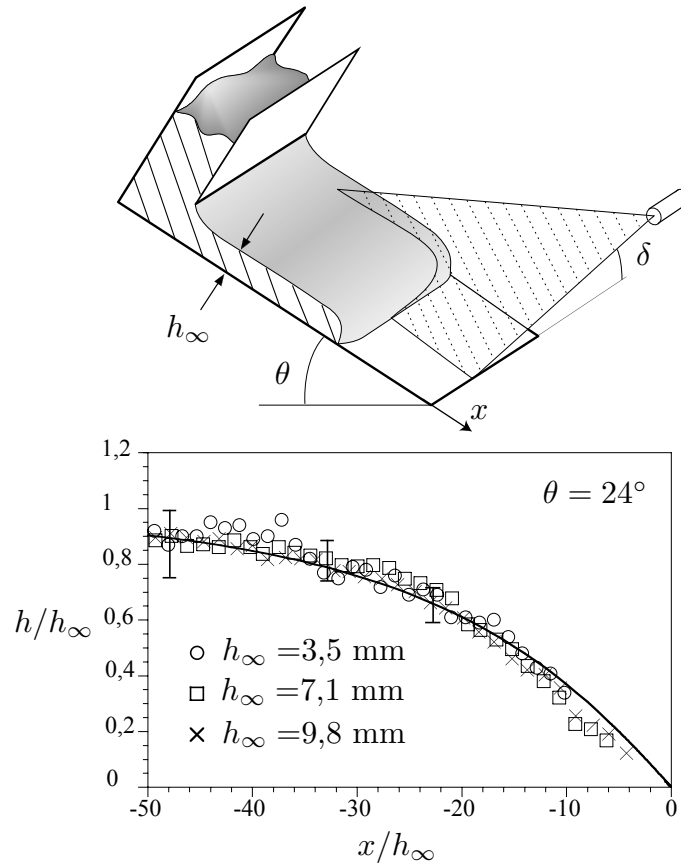


Figure 11: Forme d'un front d'avalanche stationnaire quand une couche de billes de verre s'écoule sur un plan incliné rugueux (d'après Pouliquen 1999). Comparaison entre expériences (symboles) et théorie (trait).

Le modèle prédit donc que pour un matériau donné (c'est-à-dire pour μ_1 et μ_2 donnés), la forme du front ne doit dépendre que de l'angle d'inclinaison du plan, et pas de l'épaisseur de la couche, une fois les distances exprimées en terme de variables adimensionnées par l'épaisseur h_∞ . Ces prédictions des équations de Saint-Venant ont été testées expérimentalement dans le cas de billes de verre s'écoulant sur un plan incliné rugueux (Pouliquen 1999). La forme du front a été mesurée à l'aide d'une nappe laser projetée en incidence rasante sur la couche de grains (Fig. 11).

Les données sont rassemblées sur la figure 11. On constate que la forme du front obtenue par intégration numérique de l'équation (35) est en bon accord avec les mesures expérimentales.

Déterminons l'angle de contact ϕ que fait le front au niveau du plan. D'après l'équation (35), on a au niveau du front

$$\tan \phi \equiv \left| \frac{dh'}{dX'} \right| \rightarrow \mu_2 - \tan \theta \quad \text{pour } h' \rightarrow 0. \quad (36)$$

La valeur de l'angle de contact au niveau du front est donc finie, et directement reliée au coefficient de friction μ_2 . Comparons ce résultat avec celui que l'on obtient pour un fluide newtonien, par exemple une coulée de lave basaltique fluide. Dans ce cas, la contrainte diverge quand $h \rightarrow 0$, ce qui implique une pente infinie au niveau du front (on montre que $h \sim X^{1/3}$ pour $X \sim 0$). Le fait d'observer des fronts granulaires avec un angle de contact fini est donc une forte indication de la saturation de $\mu(I)$ aux grands I . En réalité, pour des écoulements de fluide newtonien à petite échelle (une goutte par exemple), on observe également un angle de contact fini, car la divergence des contraintes visqueuses au niveau du front est régularisée aux échelles moléculaires. On se reportera à la revue de Bonn & al. 2009 pour connaître les différents mécanismes nanoscopiques à l'œuvre (longueur de glissement, activation thermique, etc), expliquant cette régularisation. L'angle de contact est alors déterminé par les tensions de surface, c'est-à-dire par les forces intermoléculaires au niveau de la ligne triple. Dans le cas granulaire, on observe également une petite zone gazeuse en avant du front. L'analogie avec une goutte rejoint donc l'interprétation de μ_2 comme étant la limite de la transition liquide-gaz (encadré 26, Andreotti 2007).

2.3 Méthode des caractéristiques

Considérons un problème aux dérivées partielles de la forme:

$$\sum_{i=1}^n a_i(x_1, \dots, x_n, u) \frac{\partial u}{\partial x_i} = c(x_1, \dots, x_n, u).$$

où les a_i dépendent de la fonction mais pas de ses dérivées. Les caractéristiques sont des fonctions paramétrées par s :

$$(x_1, \dots, x_n, u) = (x_1(s), \dots, x_n(s), u(s))$$

de sorte que l'équation soit vérifiée:

$$\frac{dx_i}{ds} = a_i(x_1, \dots, x_n, u)$$

$$\frac{du}{ds} = c(x_1, \dots, x_n, u)$$

On applique cette méthode à l'équation obtenue en négligeant le terme d'étalement par la pression:

$$\boxed{\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\alpha g^{1/2}}{d} \frac{\partial h^{5/2}}{\partial x} = 0} \quad (37)$$

Ici nous avons $x_1 = t$ et $a_1 = 1$, puis $x_2 = x$ avec $a_2 = \frac{\rho g h^2 \sin \theta}{\eta}$. Dans la mesure où il n'y a pas de terme source, on obtient $c = 0$ et donc h est indépendant de s . La hauteur est conservée le long des caractéristiques:

$$x = x_0 + \frac{\alpha g^{1/2}}{d} \frac{h^{5/2}}{t}$$

2.4 Longueur de "run-out"

L'un des enjeux associés à la mécanique des milieux granulaires consiste à être capable de prédire la forme des dépôts d'une avalanche de débris, étant données la topographie et la géométrie initiale des blocs rocheux. En particulier, nombre de tentatives ont visé à déterminer la longueur L sur laquelle l'avalanche s'est propagée en fonction du dénivelé H parcouru. Le rapport H/L est habituellement interprété comme étant une estimation du coefficient de friction effectif. En effet, si l'on assimile l'éboulement à un patin frottant sur la pente avec un coefficient de friction μ , on peut écrire que l'énergie potentielle MgH a été dissipée par le travail des forces de friction μMgL ce qui nous donne l'égalité $H/L = \mu$. Le graphe de la Fig. 12b) montre le rapport de la longueur de propagation L à la hauteur de départ H de l'écoulement en fonction du volume de l'évènement. Le coefficient de mobilité L/H croît avec le volume de l'évènement pour atteindre des valeurs de l'ordre de 10 pour les plus grandes coulées. Cela signifie que la pente moyenne entre le départ et le arrivée est de l'ordre de 6° . La pente de la surface libre de la coulée est également très faible. De nombreuses recherches visent actuellement à comprendre cette anomalie de mobilité [?, ?]. Il convient de garder en mémoire que les matériaux mobilisés dans les évènements géophysiques sont très complexes, formés de particules de tailles très variables (Fig. 4), de mélange de fluides, de gaz, qui ont une influence considérable sur la dynamique des écoulements. L'une des pistes majeures explorées au cours des dernières décennies a précisément consisté à imaginer l'existence de couches lubrifiantes entre l'avalanche et le substrat. Il faut toutefois interpréter avec beaucoup de précautions les données de terrain car il n'est pas évident de définir clairement et de mesurer *in situ* les distances L et H . En particulier, l'analyse précédente en terme de patin frottant ne serait valable que si la distance L et la hauteur H se rapportaient au déplacement du *centre de gravité* de la masse. Or la plupart des données s'intéressent – et c'est bien naturel du point de vue de la gestion des risques – au déplacement de l'extrémité de l'avalanche.

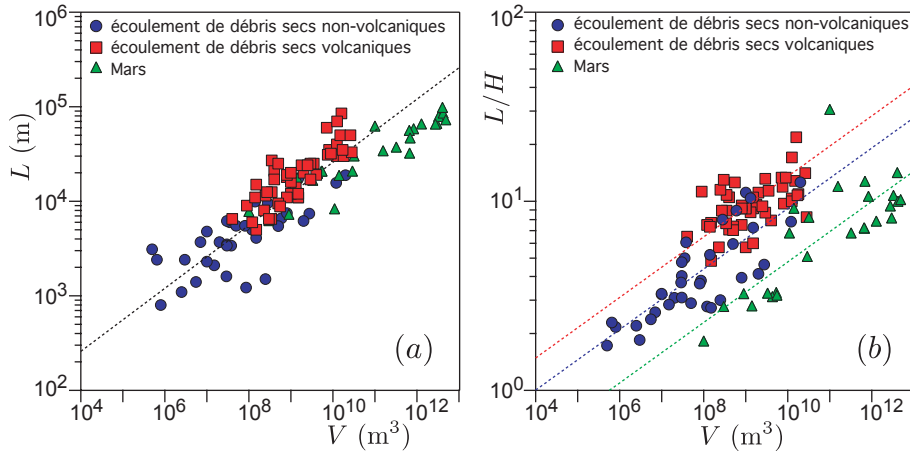


Figure 12: Données sur les distances parcourues par des écoulements de débris naturels. (a) Longueur de coulée en fonction du volume de débris déplacés. Les pointillés montrent, en guise de référence, une loi d'échelle en $L \propto V^{1/3}$. (b) Coefficient de mobilité, défini comme le rapport entre les distances parcourues verticalement et horizontalement par les avalanches en fonction du volume. Plus les avalanches sont grosses et plus, statistiquement, elles vont loin à dénivelé égal.

Les expériences de laboratoires effectuées avec des matériaux modèles ont permis de mettre en évidence un effet de premier ordre: l'étalement des coulées dépend fortement des conditions initiales (géométrie et champ de vitesses). Le graphe de la figure 12b) montre une très grande dispersion de données et, en particulier, une dépendance vis-à-vis de la nature de l'évènement. Toutefois, si l'on trace, non plus le un coefficient de mobilité, mais la longueur de "run-out" L en fonction du volume V , on constate un regroupement des données selon une loi purement géométrique en $L \propto V^{1/3}$. Cette loi d'échelle traduit la prédominance de l'effet d'étalement et

de la géométrie initiale. Pour illustrer cette dépendance, la figure 13 présente des résultats de lâchés effectués en laboratoire. Bien que les mesures soient faites en variant systématiquement le volume de billes de verre, ce volume n'influe pas sur les résultats, lorsque ceux-ci sont correctement adimensionnés. A géométrie initiale donnée, on peut choisir une seule échelle de longueur pour caractériser l'état initial (par exemple la largeur initiale lâchée R_i). Toutes les longueurs caractéristiques du dépôt sont alors proportionnelles à R_i . Par ailleurs, plus le rapport d'aspect est grand, et plus la masse de grains s'étale.

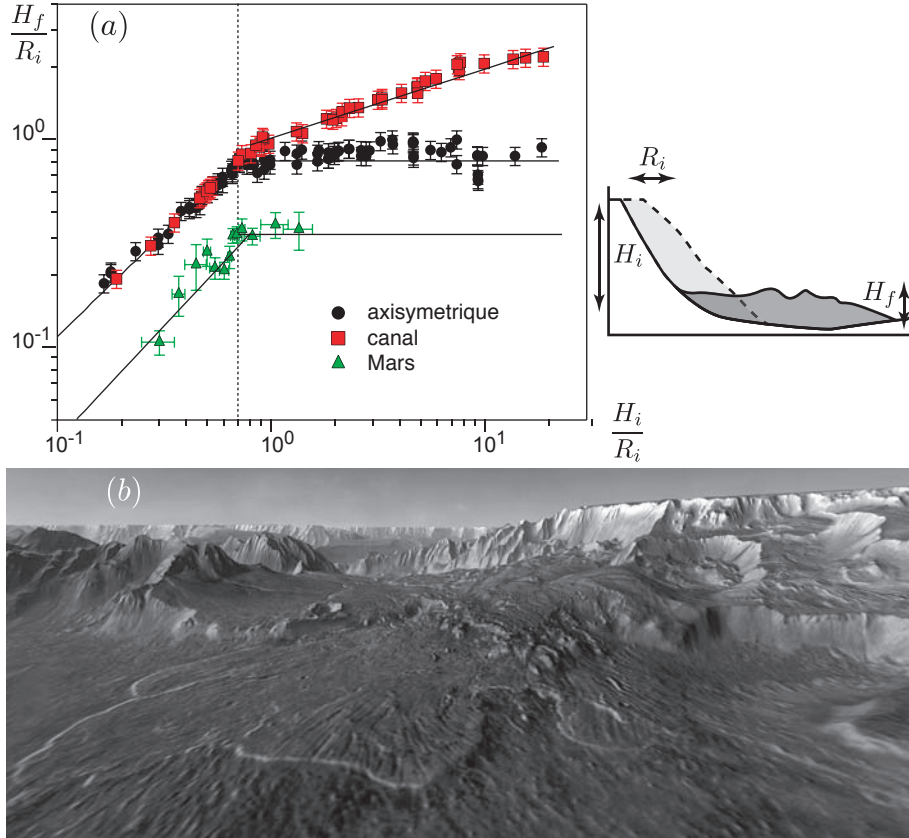


Figure 13: Distance étalement renormalisée par la largeur initiale du lâché, en fonction du rapport d'aspect initial. A géométrie donnée, la mobilité ne dépend pas du volume de débris. Elle dépend fortement du rapport d'aspect de la masse lâchée initialement.

Au final, le seul problème réellement ouvert est de reproduire les morphologies de dépôts. Plusieurs difficultés achoppent encore. D'une part, les équations de Saint-Venant ne rendent fidèlement compte ni de la phase initial de chute verticale, ni des effets d'érosion/déposition. D'autre part, les conditions initiales des coulées pyroclastiques et des avalanches de débris sont en général mal connues et sont donc, de facto, des paramètres sur lesquels il convient de jouer dans les simulations numériques visant au réalisme.

2.5 Avalanches de neige

S'il est vrai que la neige est formée de grains, c'est un matériau granulaire bien plus complexe qu'une assemblée de particules solides et non cohésives telle que nous l'étudions dans cet ouvrage (ref these pierre rognon). Tout d'abord, la neige peut exister sous de nombreuses formes. Selon les conditions météorologiques et l'instant où on l'étudie, le grain de neige peut être un flocon s'imbriquant avec ses voisins pour former un manteau neigeux aéré (neige fraîche), une petite particule de glace reliée aux autres par des ponts solides ou capillaires (grain fin, neige humide)

ou encore un amas peu cohésif (gobelet, neige roulée). De même, il existe des modes variés de déclenchement et d'écoulement d'avalanches. L'avalanche peut partir en plaque, quand une couche de neige stabilisée par le vent repose sur un manteau moins cohésif, ou démarrer de façon ponctuelle dans le cas de neige fraîche ou humide. On distingue principalement deux modes d'écoulement. Les avalanches denses (figure 14a), composées de grains fins ou humide, se caractérisent par une forte masse volumique (de 50 à 400 kg/m³), une épaisseur de l'ordre du mètre et une vitesse allant de 10 à 80 km/h. La dynamique des avalanches denses est dominée par les contact entre grains. L'autre grand type d'écoulement sont les avalanches aérosols (figure 14b). Elles sont constituées d'une suspension peu dense de grains (environ 1 kg/m³) dans l'air ambiant. Leur hauteur peut atteindre plusieurs dizaines de mètres pour des vitesses pouvant aller jusqu'à 300 km/h. La dynamique de ces écoulements est essentiellement dominée par les interactions avec le fluide ambiant turbulent. Il est à noter que les avalanches aérosols sont en général accompagnées par un écoulement dense en dessous.

D'un point de vue rhéologique, les avalanches de neige dense ont des points communs avec les écoulements granulaires dans le régime liquide. En particulier, leur résistance à l'écoulement semble assez bien décrit par une loi frictionnelle, pour laquelle la contrainte tangentielle est proportionnelle à la contrainte normale. Cependant, la dépendance du coefficient de friction effectif de ce milieu (avec la vitesse, la pression, etc) fait encore l'objet de recherche. Une difficulté provient du fait que la taille des grains évolue au cours de l'écoulement par formation d'aggrégats. Cette dynamique se combine à la ségrégation pour former une stratification dans l'épaisseur de la couche en écoulement, dans laquelle les petits grains se retrouvent à la base de l'écoulement et les gros à la surface libre. Il en résulte un profil de vitesse fortement cisailé près du fond et quasiment uniforme en surface (figure 14c).

Pour les applications pratiques en géotechnique (prévention des risques), on utilise en général des expressions *ad hoc* pour le coefficient de friction, qui sont introduites dans des modèles hydrodynamiques de type Saint-Venant (chapitre 6). Moyennant une calibration du modèle, il est possible de reproduire certaines trajectoire d'avalanche sur des topographie complexes. Ce domaine reste cependant encore largement empirique.

3 Morphologie des rivières

3.1 Le lit

Le lit d'une rivière est façonné par l'érosion et le transport aqueux. Par définition, un lit actif est en interaction avec les sédiments transportés par le cours d'eau. Cela signifie qu'il existe un transport et que la géométrie du lit s'ajuste aux apports de sédiments, à leur taille et au régime hydrologique (débit d'eau). Un lit est dit passif quand le le fond du lit est fixe et que le transit sédimentaire se produit sans interaction avec le lit. Il s'agit en général d'un affleurement du substratum rocheux ou d'un lit de galets ou de roches apportés soit par des éboulements, soit lors de phases climatiques antérieures (glaciation par exemple).

On définit non pas un seul mais plusieurs lits. Le lit mineur, dit aussi lit ordinaire ou lit permanent est constitué d'un ou plusieurs chenaux bien marqués et est occupé par l'écoulement d'eau hors des périodes de crues exceptionnelles. Il est constitué de matériaux transportés par l'eau et est peu masqués par la végétation et l'implantation humaine. Dans les plaines ou les fonds de larges vallées le lit mineur peut ne pas être homogène et présenter du relief, des chenaux, des bras secondaires abandonnés ou des îles. Le lit d'étiage est celui dans lequel coule l'écoulement pendant les périodes de basses eaux. Le lit majeur est l'espace que les eaux peuvent recouvrir de manière exceptionnelle, en le recouvrant d'alluvions fines. Il est généralement occupé par de la végétation. Il sert essentiellement de zone de stockage de l'eau pendant les crues et ne contribue que peu à l'écoulement de celle-ci.

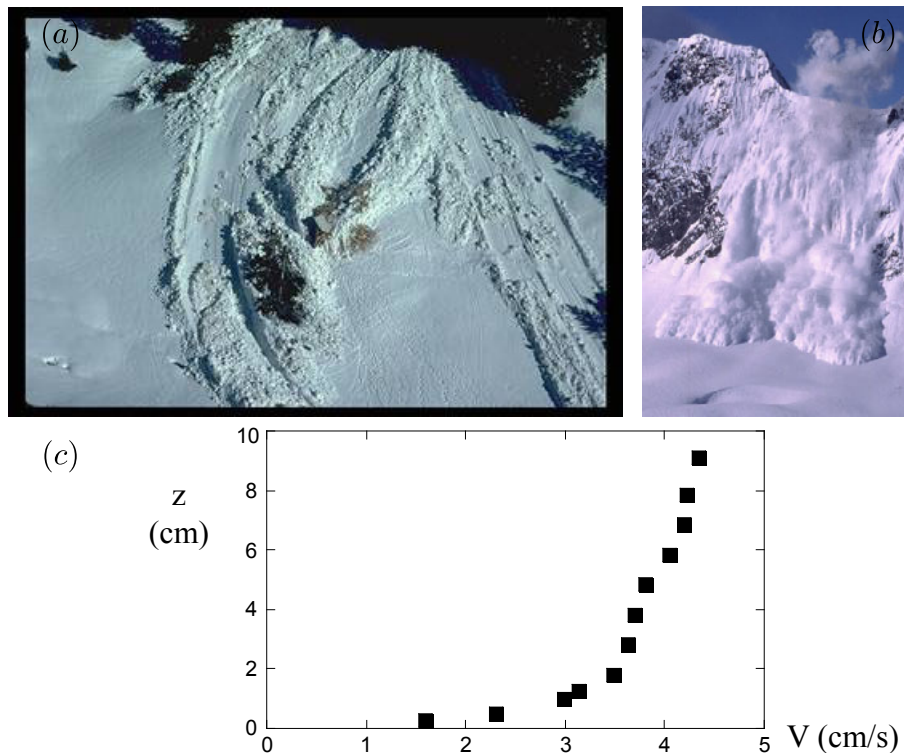


Figure 14: a) Avalanche dense. <http://www.avalanches.fr/epaclpa/autresressources/photo/22038.jpg>
 F. Valla cemagref b) Avalanche en aerosol (<http://membres.lycos.fr/risquesavalanches/avalanche3.jpg>).
 c) Profil de vitesse d'un écoulement stationnaire de neige fraîche mesuré en paroi dans un canal (inclinaison $\theta = 37^\circ$, épaisseur $h = 9.5$ cm) (thèse pierre rognon).

3.2 Variabilité au sein d'un bassin versant

Le lit d'une rivière est génériquement polydisperse. La taille des grains qui le compose peut s'étaler sur plusieurs ordres de grandeur. Il n'est ainsi pas rare de trouver des mélanges d'argile, de sable, de graviers voire même de blocs rocheux. Du fait des modes de déposition différents, la granulométrie dépend de la position transverse dans la plaine alluviale. Enfin, la taille des grains décroît de manière cohérente le long d'un cours d'eau. En substance, les torrents de montagne présentent une majorité de cailloux décimétriques et de gravier centimétriques. Dans la mesure où il y a peu de végétation, le contenu argileux est faible. Les rivières des plaines alluviales ont au contraire un lit sableux, souvent rendu cohésif par la présence d'argile produite et stabilisée par les plantes. La fraction argileuse se traduit par une rivière plus encaissée. Par ailleurs, la pente et le débit varient continûment au fil du cours d'eau: les torrents de montagne ont peu de débit et sont très pentus (de l'ordre du pourcent). Les rivières des plaines alluviales ont un fort débit et sont très plates (jusqu'à 10^{-5} pour les fleuves les plus grands).

Un bassin versant est par définition une surface élémentaire hydrologiquement close, c'est-à-dire qu'aucun écoulement n'y pénètre de l'extérieur et que toutes les eaux de précipitations s'évaporent ou s'écoulent par une seule section à l'exutoire. Le bassin versant associé à une section droite d'un cours d'eau, est défini comme la totalité de la surface topographique drainée par ce cours d'eau et ses affluents à l'amont de cette section. Il est entièrement caractérisé par son exutoire, à partir duquel nous pouvons tracer le point de départ et d'arrivée de la ligne de partage des eaux qui le délimite. Sauf fuite souterraine, la ligne de partage des eaux correspond à la ligne de crête. En première approximation, le débit liquide dans une section de rivière provient de la collecte des eaux de pluies sur son bassin versant et est donc proportionnel à la surface projetée de celui-ci. Si l'on regarde plus en détail, il existe un retard entre le moment où une goutte d'eau de pluie

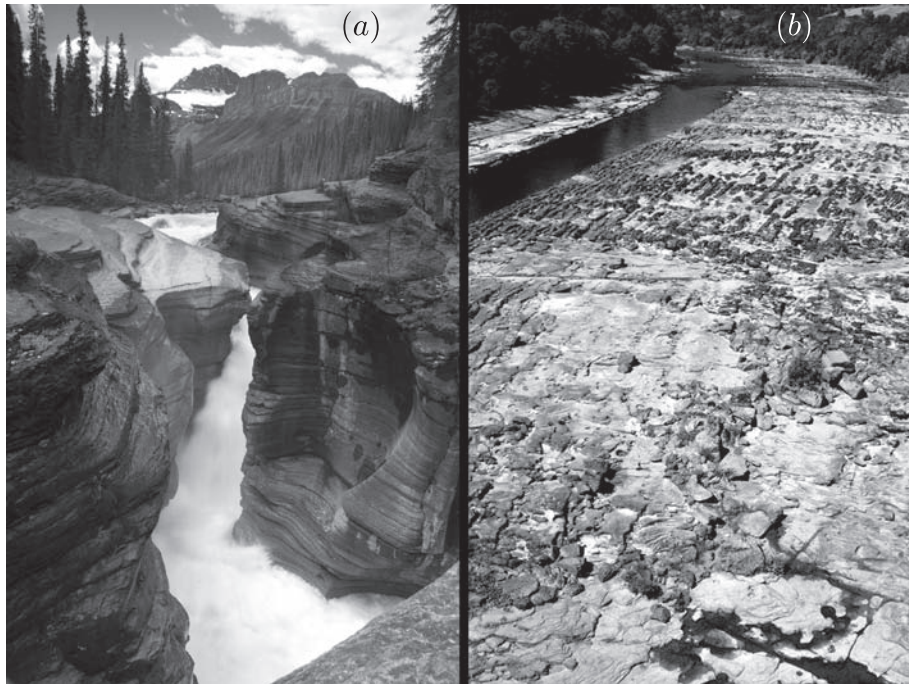


Figure 15: (a) Mistaya Canyon: rivière creusée dans la roche calcaire (Banff National Park, Canadian Rockies, Alberta, Canada) (b) Rivière à fond rocheux.

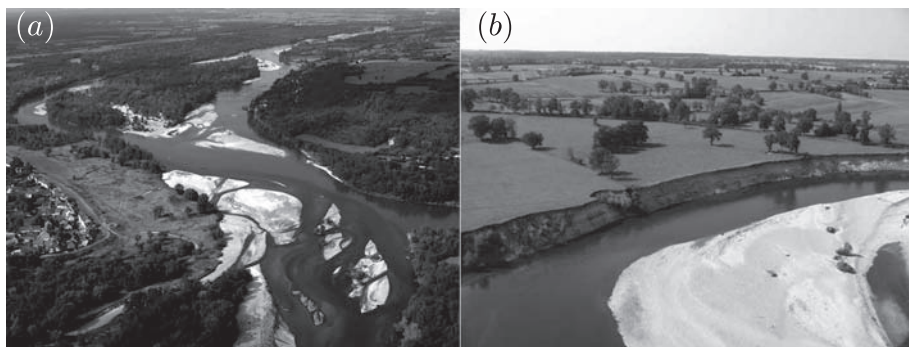


Figure 16: Rivière sableuse. (a) Confluence de l'Allier et de la Loire au Bec d'Allier (crédits: Office de Tourisme de Nevers et sa région). (b) Erosion et dépôt dans un méandre actif de la Loire. (crédits: J.Saillard/CEPA)

arrive sur le sol et le moment où cette eau passe dans la section de contrôle. De plus, du fait de l'infiltration vers les nappes sous-terraines, le débit de surface ne se conserve pas strictement.

En première approximation, l'aire d'un bassin versant varie comme le carré de la longueur du cours d'eau considéré. Une grandeur plus fine consiste à mesurer le rapport de cette longueur sur la racine carrée de l'aire du bassin versant. Des grandes valeurs indiquent un bassin versant oblong et des petites valeurs un bassin versant très large.

Pour décrire la topologie du réseau hydrographique associé à un bassin versant, on utilise couramment la classification de Strahler (1957) qui, par un système de numérotation des tronçons de cours d'eau (rivière principale et affluents), reflète la ramification du cours d'eau. Cette classification est sans ambiguïté et se base sur les règles suivantes: (i) tout cours d'eau dépourvu de tributaires est d'ordre un; (ii) le cours d'eau formé par la confluence de deux cours d'eau d'ordres différents prend l'ordre du plus élevé des deux; (iii) le cours d'eau formé par la confluence

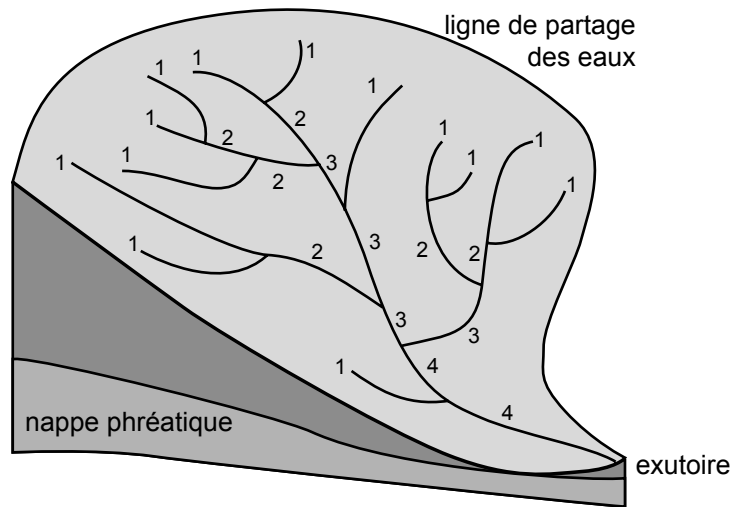


Figure 17: Classification des tronçons d'un bassin de drainage (Strahler, 1957).

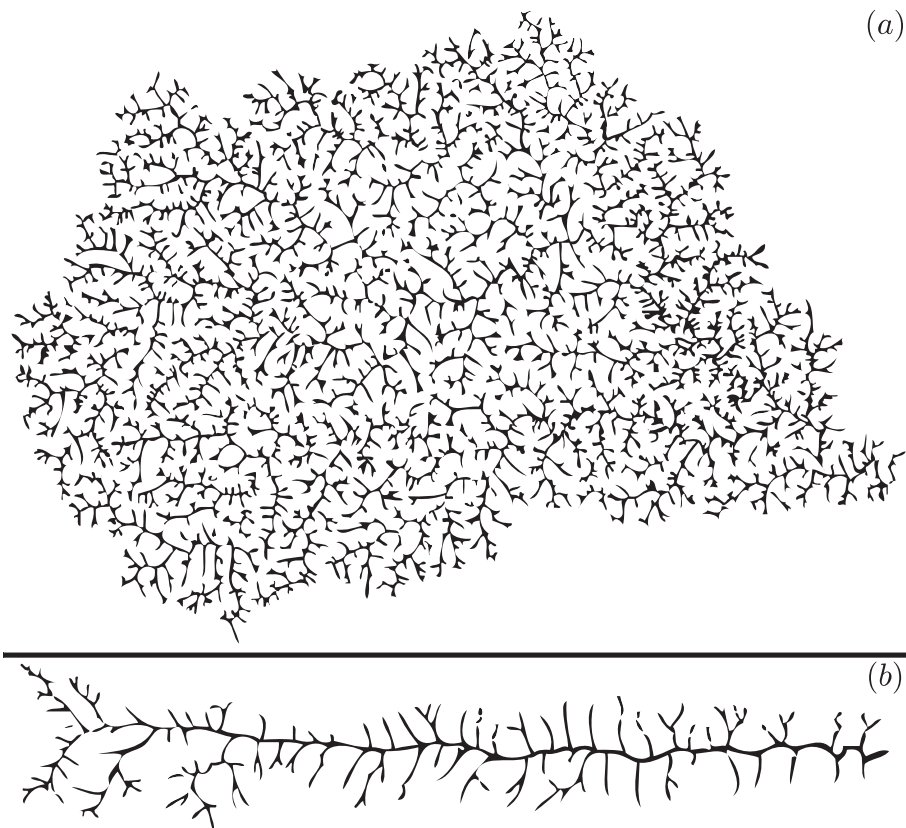


Figure 18: Haut: bassin de drainage de la Beaver Creek (USA). Bas: bassin de drainage de la Laurel Fork (USA)

de deux cours d'eau du même ordre est augmenté de un. Un bassin versant a l'ordre du plus élevé de ses cours d'eau, soit l'ordre du cours d'eau principal à l'exutoire. La plupart des bassins versants présentent, en première approximation, des propriétés d'auto-similarité. Ainsi, le nombre de cours d'eau d'ordre i , la longueur moyenne de ces cours d'eau et la surface moyenne des

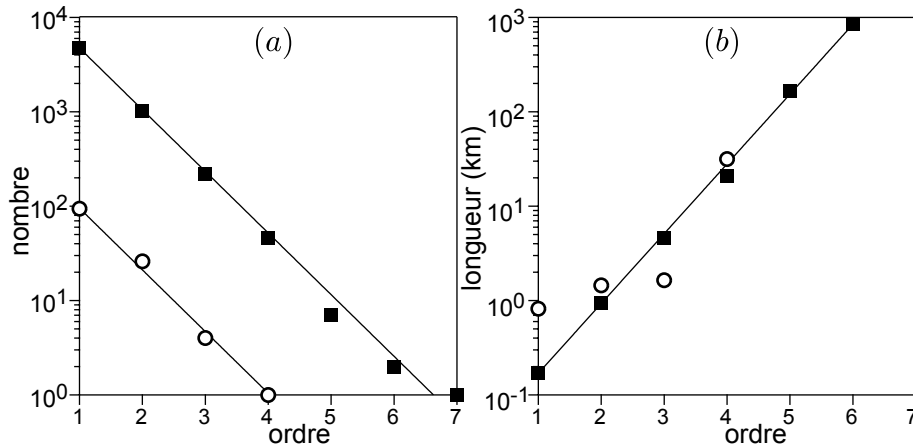


Figure 19: (a) Nombre de sections de cours d'eau en fonction de l'ordre, pour le bassin versant de la Beaver Creek (■) et de la Laurel Fork (○). Dans les deux cas, le rapport de confluence vaut 4.5 ± 0.5 . (b) Longueur moyenne des sections en fonction de l'ordre. La différence entre les deux jeux de données est à mettre en relation avec l'allure des bassins versants (Fig. 18).



Figure 20: Alternance entre cascades et piscines dans un torrent.

bassins versants associés à ces cours d'eau dépendent exponentiellement de l'ordre i . Autrement dit, les rapports de ces quantités entre les ordre i et $i + 1$ ne dépendent pas de i . Le rapport des nombres de cours d'eau d'ordre i et $i + 1$ s'appelle le rapport de confluence et caractérise le développement du réseau de drainage. Il vaut entre 3 et 5 dans la plupart des bassins versants. Ces propriétés d'auto-organisation n'ont reçue aucune explication scientifique sérieuse. En effet, la plupart des analyses de cette question l'envisagent sous l'angle de l'existence d'une quantité qui serait extrémisée lors de l'évolution du paysage (par exemple la dissipation totale d'énergie ou la distance moyenne de tout point du bassin versant à un cours d'eau). Aucun mécanisme ne permet à ce jour d'étayer l'hypothèse qu'une telle quantité existe. Nous avons déjà évoqué le fait que les paramètres changent beaucoup au sein d'un bassin versant. Ceci est associé à des morphologies de lit et à des comportements dynamiques très différents. L'invariance d'échelle est donc loin d'être une vérité insensible à la nature des observables choisis.

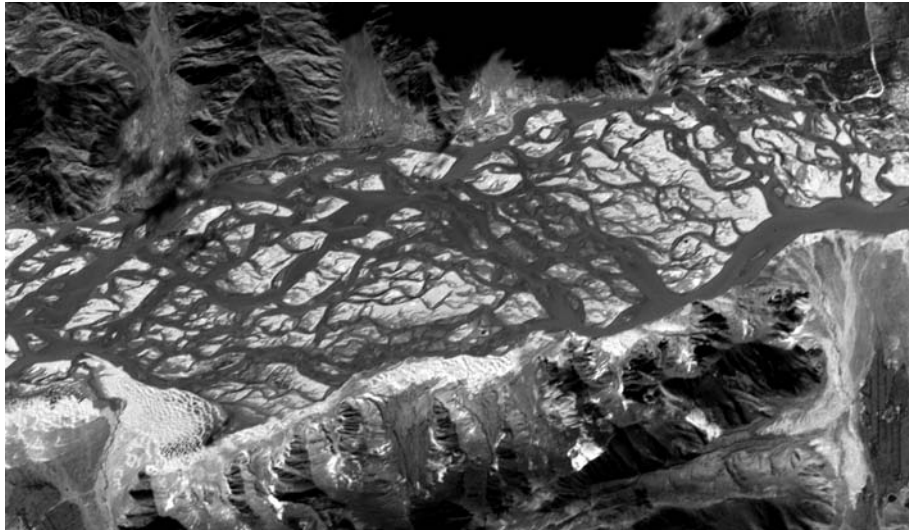


Figure 21: Tresses de la rivière Brahmaputra, qui coule entre le plateau tibétain et la chaîne Himalayenne. Crédits: NASA/JPL/Space Science Institute.

3.3 Les formes du lit

Les torrents de forte pente s'écoulent généralement sur un fond de graviers et de galets. Lorsqu'ils restent confinés, ils forment des alternances de cascades et de piscines (Fig. 20). Les marches qui conduisent aux écoulements supercritiques en cascade sont créés par des gros blocs dont les interstices sont bouchés par des grains fins (voir l'encadré sur l'origine naturelle des grains). Ces blocs ne peuvent bouger que lors des crues majeures. Les piscines sont au contraire des zones où l'écoulement est sous-critique, où toute les fluctuations turbulentes induites par la chute sont dissipées et où les grains sont plus fins. Les rivières graveleuses, de forte pente et dont la hauteur est faible devant la largeur (absence de cohésion) forment des tresses. Il s'agit de multiples îlots mobiles qui séparent l'écoulement en plusieurs chenaux (Fig. 22). Les grandes vallées glaciaires (Fig. 21) sont propices à cette morphologie de rivière. Du point de vue topologique, les chenaux de ces rivières forment une structure qui n'est pas branchée, comme sur la figure 17, mais bouclée. En cela, il existe une ressemblance entre les rivières en tresses et la morphologie des deltas (Fig. 23). Dans ce dernier cas, l'embouchures d'un fleuve est occupée par un cône de déjection en forme de Δ , ce qui conduit à une séparation du cours d'eau principal en de multiples chenaux.

Les rivières peu pentues et relativement encaissées, du fait de la cohésion des berges, ne comportent en général qu'un chenal. C'est dans ces circonstances que l'on observe des cours d'eau qui présentent des méandres. Les méandres d'une rivière sont en général mobiles, du fait de l'érosion de la berge externe et le dépôt de sédiments sur la partie intérieure. Ce n'est évidemment pas le cas pour les méandres incisés dans des roches tendres, qui se sont formés à partir de méandres initialement mobiles, lors d'un profond changement hydrographique. Une erreur très répandue

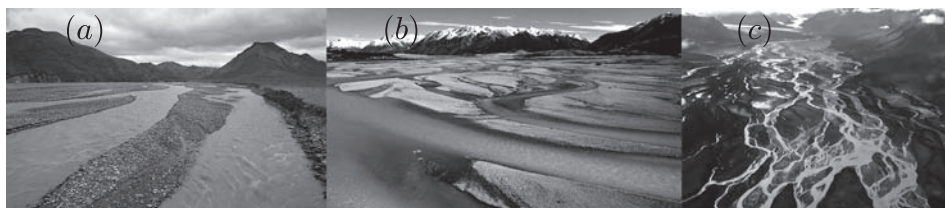


Figure 22: Rivière en tresses du Denali National Park (Alaska, USA).

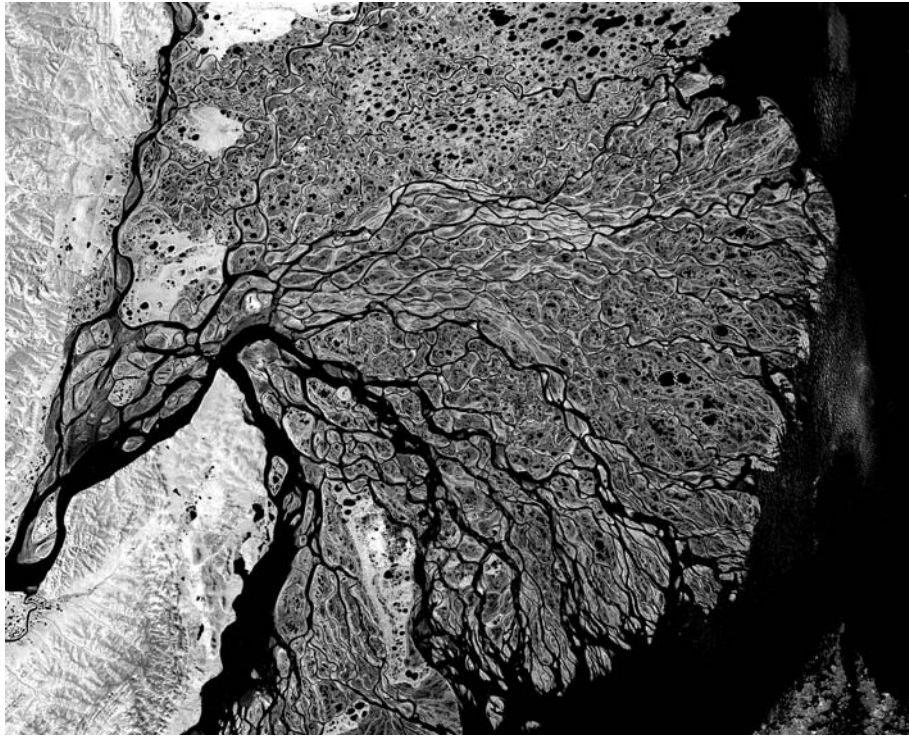


Figure 23: Delta de la Lena (Taimyr, Fédération de Russie).

consiste à penser que les méandres sont dus à aux écoulements secondaires de rotation autour de l'axe longitudinal présent dans les méandres. L'image est alors que ce les grains érodés sur la berge externe se déposent sur l'intérieur du même virage. En réalité, l'écoulement secondaire est beaucoup trop faible pour être le moteur de cette instabilité. Les grains érodés suivent essentiellement les lignes de courant et se déposent le cas échéant sur l'intérieur du virage suivant. Une autre erreur consiste à penser que c'est la surpression associée à la pseudo-force centrifuge qui est directement responsable de l'érosion. En réalité, l'érosion provient de la contrainte de cisaillement. Une troisième piste, souvent évoquée, serait une origine des méandres comme réponse à l'hétérogénéités des conditions de sol: les rivières iraient connecter les zones les plus facilement érodables. Cependant, le fait que les méandres bougent invalident cette hypothèse. Bien que personne n'ait jusqu'à présent réussi à formaliser un calcul hydrodynamique montrant cela, la formation de méandres procède très probablement d'une instabilité linéaire. Dans les rivières naturelles, si l'on compare l'écoulement avec ou sans virage, la vitesse est plus grand le long de la berge externe et plus petite le long de la berge interne. Il apparaît donc une modulation de la contrainte le long de chaque ligne de courant, qui vient renforcer la perturbation.

Les grandes rivières sableuses, qu'elles soient endiguées ou non, présentent des instabilités non plus des berges mais du fond (Fig. ??). Les motifs transverse à l'écoulement s'appellent des rides, lorsque la longueur d'onde est petite devant la hauteur d'eau, et des dunes lorsque la longueur d'onde est entre une et dix fois la hauteur d'eau. Les motifs dont la longueur est grande devant la largeur, et qui peuvent devenir des îles hors de l'eau s'appellent des barres. Lorsque la rivière n'est pas trop large, il y a formation de barres alternées qui provoque une canalisation de la rivière selon un parcours méandreux. On voit donc par là que la formation de méandres ne résulte pas forcément du mouvement des berges, mais peut provenir d'une instabilité du fond. Lorsque la rivière est suffisamment large (comparé à sa profondeur), elle se met à former des barres multiples et la rivière devient une rivière en tresses.



Figure 24: (a) Méandres de la rivière Alutna (Arctic National Park, Alaska, USA), qui coule dans une vallée montagneuse. (b) Méandres de la Pecatonica River (Wisconsin, USA). Credits: Knox, James C. (c) Méandres de rivières formées par la marée dans une plateforme de boue (Khnifis, Sahara Atlantique).

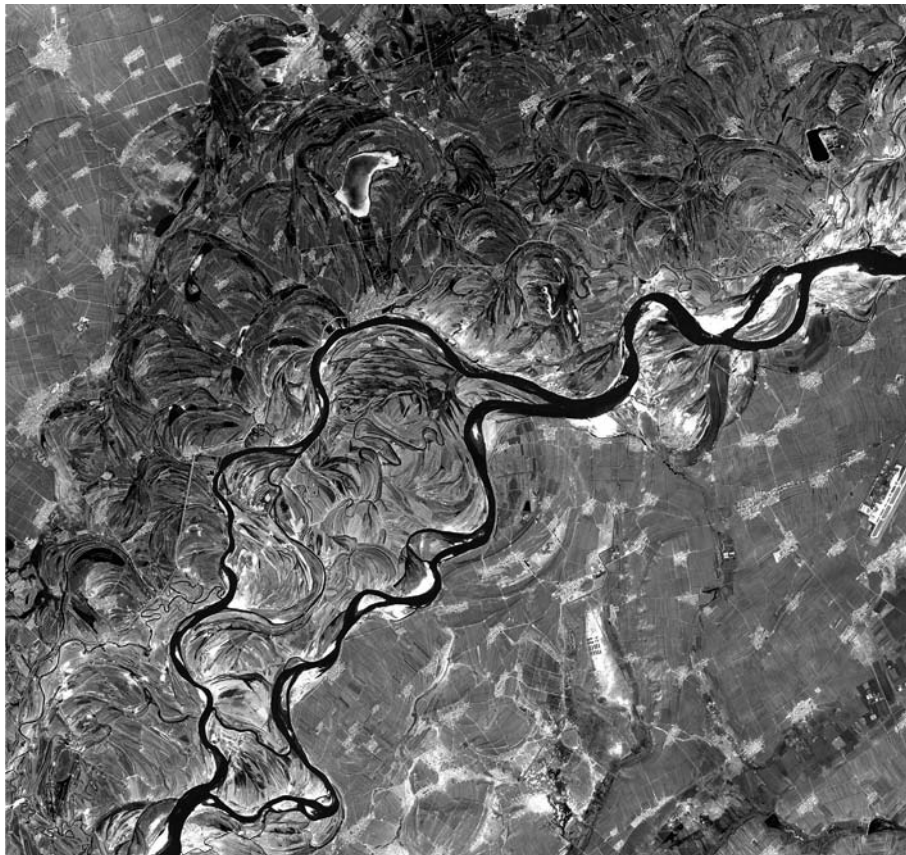


Figure 25: Traces laissées lors du mouvement des méandres de la rivière Songhua (Chine). On observe de nombreux bras morts inondables, transformés en lacs.

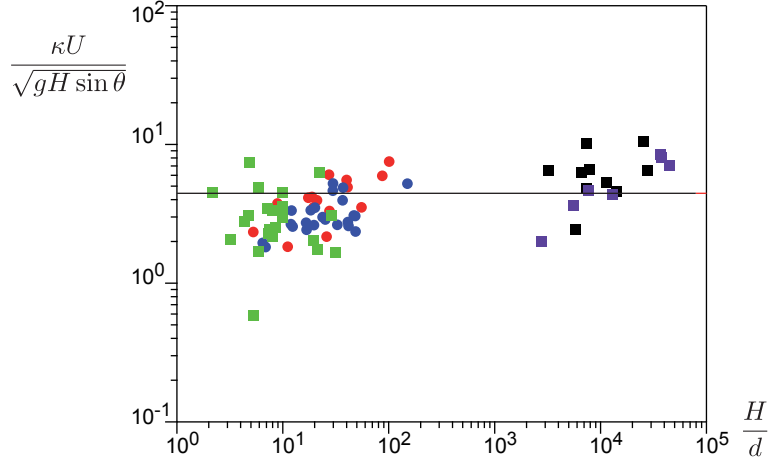


Figure 26: Loi d'échelle suivie par le coefficient de Chezy sur un ensemble de rivières naturelles. U désigne le rapport Q/HW et d la taille des grains composant le lit. La ligne horizontale correspond à un rapport $H/z_0 \simeq 22$.

3.4 Relation de Chezy

Considérons une rivière caractérisée par une profondeur d'eau H , une largeur W et un débit liquide Q . En première approximation, la vitesse moyenne U de l'écoulement s'écrit:

$$Q \simeq UHW \quad (38)$$

Dans le cas d'un canal homogène et stationnaire, l'équilibre entre gravité et friction turbulent détermine U et H , à débit et géométrie donnés. La contrainte basale s'écrit alors:

$$\tau = \rho u_*^2 = \rho g H \sin \theta = \rho C U^2 \quad (39)$$

où C s'appelle coefficient de Chezy. Dans la zone centrale de la rivière, le profil de vitesse est bien approximé par un profil logarithmique de la forme: $u_x = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)$. On obtient alors la relation:

$$C = \frac{\kappa^2}{\left(\ln \left(\frac{H}{z_0} \right) - 1 \right)^2} \quad (40)$$

Pour une rivière typique, le coefficient de rugosité est commensurable avec la hauteur d'eau et le coefficient de Chezy est de l'ordre de 0.04. Cette relation de fermeture permet d'écrire des équations de Saint-Venant pour l'hydrodynamique fluviale: Avec cette fermeture, les équations de Saint-Venant se réécrivent:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (h\vec{u}) = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -g\vec{\nabla}(Z+h) - C \frac{|\vec{u}| \vec{u}}{h} \quad (42)$$

3.5 Profil d'équilibre et instabilité d'incision

Une rivière artificielle (par exemple une micro-rivière de laboratoire) présente quatre paramètres de contrôle indépendants: la taille des grains, le degré de cohésion (ou la contrainte seuil), le débit liquide et la pente du lit. Dans le cas naturel, ces quatre paramètres sont couplés par l'auto-organisation du système de sorte qu'une faible partie de l'espace des paramètres est accessible aux études de terrain. Cette corrélation est une source majeure d'erreurs d'interprétation

dans la littérature et la morphodynamique à l'échelle des bassins versants reste, sinon mal caractérisée, du moins largement incomprise. On peut isoler deux processus élémentaires, qui jouent indéniablement un rôle important: l'élargissement des rivières par érosion et l'incision de rivières sur une pente. Considérons d'abord le cas d'une rivière étroite, localement homogène dans la direction de la pente, et dans lequel un débit liquide Q est imposé. Tant que la contrainte sur les berges est supérieure à sa valeur seuil, il y a transport à la surface de celles-ci. Dans la mesure où les berges sont pentues, il existe une composante du transport vers le bas de la pente, induit par la gravité. En conséquence, les berges sont érodées: la rivière s'élargit et le fond de la rivière remonte. Ce processus s'arrête lorsque la contrainte sur les berges a atteint sa valeur seuil. La rivière atteint alors son profil d'équilibre avec le débit Q . Dans cet état, il reste malgré tout du transport de sédiments sur le fond de la rivière. Si les berges sont plus cohésives que le fond (argile et stabilisation par les plantes), la contrainte seuil peut être beaucoup plus grande sur les berges que sur le fond. Cependant, si les berges sont de la même nature que le fond, la contrainte seuil est plus faible sur les pentes des berges que sur le fond, du fait de la gravité.

Le problème idéalisé conduit à un résultat paradoxal. La structure d'une rivière à l'équilibre se décompose en deux zones: au centre de la rivière, une zone parfaitement plate dans laquelle le transport est localisé; sur les bords, deux zones où la contrainte est égale à la contrainte seuil. Au raccord entre les deux zones, la pente transverse est nulle et la contrainte est égale à la contrainte seuil. Si l'on utilise les équations de l'hydraulique moyennées dans l'épaisseur (voir l'encadré), la contrainte basale vaut τ ne dépend que de la hauteur d'eau. Par conséquent, ces équations prédisent que lorsque les berges atteignent la contrainte seuil, c'est le cas aussi du fond de la rivière. Autrement dit, les équations de Saint-Venant ne contiennent pas les mécanismes dynamiques qui permettent de décrire l'équilibre d'une rivière. En réalité, il existe un mélange transverse de quantité de mouvement par les fluctuations turbulentes qu'il faut prendre en compte dans une description complète.

La figure 28 fournit un test simple de la validité du concept de rivière à l'équilibre, qui montre la vitesse U mesurée en rivière naturelle dans les conditions de débordement, en fonction de la taille des grains. S'il existe une indéniable dispersion verticale des points sur plus d'une octave, la vitesse apparaît comme étant essentiellement indépendante de la taille des rivières et légèrement croissante avec la taille des grains. Cette observation est compatible avec l'idée que la vitesse de cisaillement atteint, en régime de crue, sa valeur seuil sur les berges.

A première vue, ce processus d'élargissement des rivières est irréversible puisque le moteur

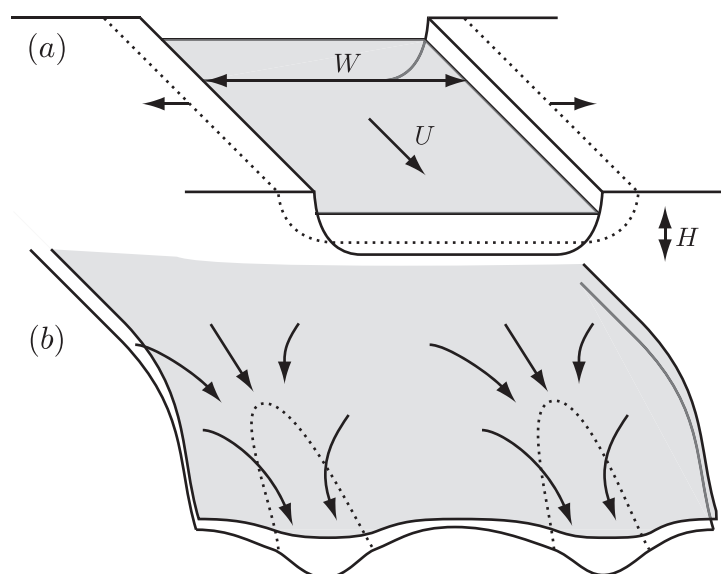


Figure 27: (a) Dynamique d'élargissement du lit par érosion des berges. (b) Instabilité d'incision.

en est le transport associé à l'effet de pente transverse. Il existe cependant deux modalités de rétrécissement d'un cours d'eau. D'une part, les plantes accumulent les sédiments suspendus lors des crues et induisent une propagation des berges vers l'intérieur de la rivière. D'autre part, il existe une instabilité linéaire conduisant à reformer un lit étroit au sein d'un lit trop large: l'instabilité d'incision. Considérons un écoulement homogène sur un plan incliné constitué de sédiments cohésifs. On suppose que l'érosion est contrôlée par la contrainte basale ou, autrement dit, que la longueur de saturation est grande devant la longueur du système considéré. Cette situation est instable vis-à-vis de toute perturbation sinusoïdale constituant une striation longitudinale. En effet, à débit constant, la hauteur d'eau dans les creux est plus grande que sur les bosses. Par conséquent, la contrainte basale est plus grande et donc le taux d'érosion: toute perturbation s'amplifie.

Si l'instabilité d'incision permet d'expliquer l'existence d'une hiérarchie d'échelles dans la structuration des bassins versants, le détail de l'auto-organisation de ceux-ci n'est encore pas compris. A titre d'exemple, la figure 29 montre la relation entre la pente de rivières naturelles et leur débit. La compréhension de cette relation nécessite la résolution du problème à l'échelle des bassins versants fluviaux. La figure 30a) montre la relation entre largeur et débit, tout deux adimensionnés par la taille du grain. Il apparaît une loi d'échelle de la forme:

$$\frac{W}{d} \propto \left(\frac{Q}{g^{1/2} d^{5/2}} \right)^{0.45} \quad (43)$$

qui semble extrêmement bien vérifiée. Celle-ci cache en réalité des relations à différentes échelles. La sélection de la largeur dépend localement de la pente, de la taille des grains et du débit. Mais la pente, la taille des grains et le débit sont elles-mêmes des variables couplées par l'organisation à grande échelle du bassin versant. Il en va de même de la courbe présentée sur la figure 30b), qui semble indiquer une relation directe entre rapport d'aspect des rivières et fraction argileuse – donc cohésion. A nouveau, en même temps que la fraction argileuse, les trois autres paramètres de contrôle varient (d , Q et θ).

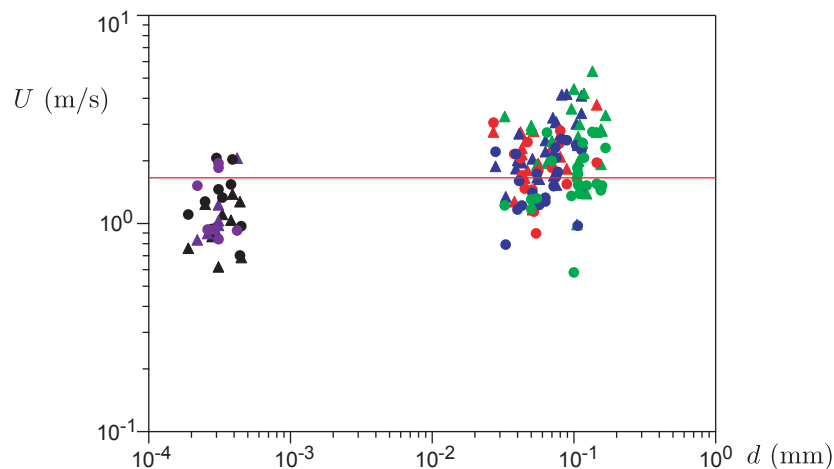


Figure 28: Vitesse moyenne U mesurée dans différentes rivières en fonction de la taille moyenne d des grains composant le lit.

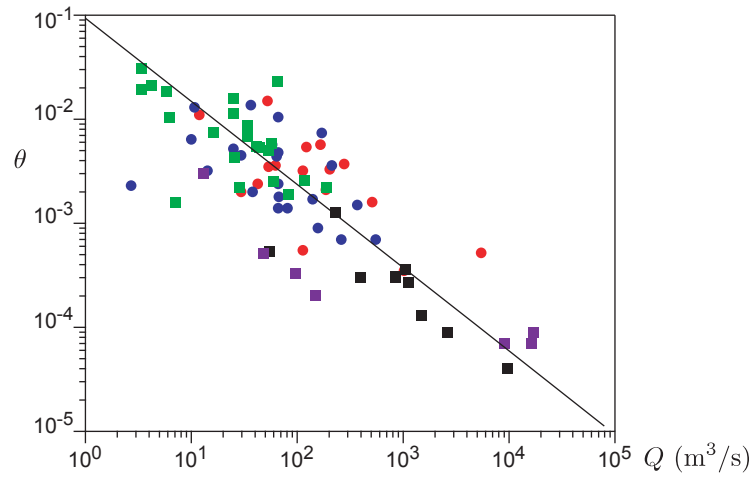


Figure 29: Pente de rivières naturelles en fonction du débit liquide Q en situation de crue.

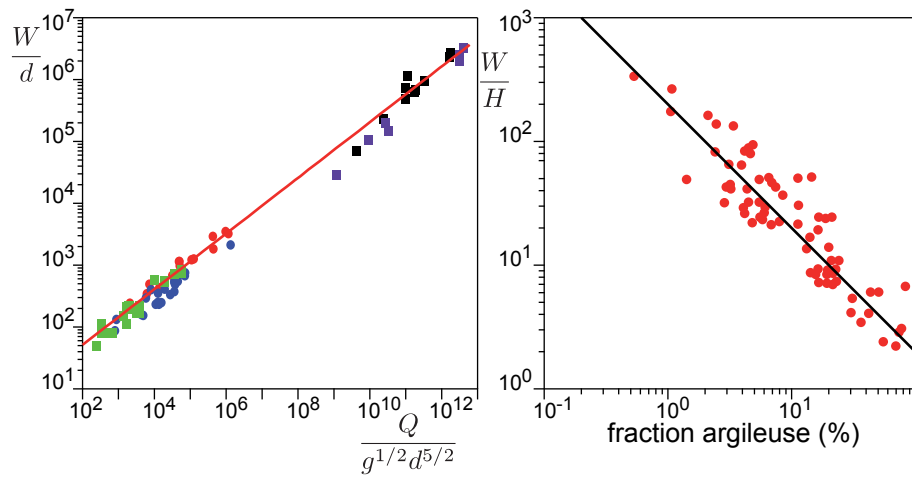


Figure 30: Largeur de rivières en fonction du débit liquide Q en situation de crue.