INTRODUCTION A L'ASTROPHYSIQUE QUESTIONS TESTS
Cours d'option de Licence FIP

L'examen comprend ... exercices indépendants. Le barème sera approximativement proportionnel au temps nécessaire pour les traiter.

Exercice 1:
Le petit monde de la physique découvre avec étonnement l'existence d'un nouveau fermion stable, le "raimon", baptisée en l'honneur du directeur du département de physique. La masse d'un raimon est $m_r = 10m_e$, où m_e est la masse d'un électron. Dans une "étoile à raimons", il y a équilibre entre la force de gravité et la force due à la pression dégénérée des raimons.

1a. Donner une valeur approchée du rayon d'une étoile à raimons de masse $1M_\odot$. Vous justifierez soigneusement votre raisonnement.

1b. Si la masse du raimon était $m_r = 100m_p$ (m_p étant la masse d'un proton), vous attendriez-vous à ce qu'il existe des étoiles à raimons dans la nature ? Expliquer.

Exercice 3:
Considérons un trou noir de masse M. Soit X la distance radiale propre entre $r = R_S = 2GM/c^2$ et $r = x$, $x \gg R_S$. Montrer que

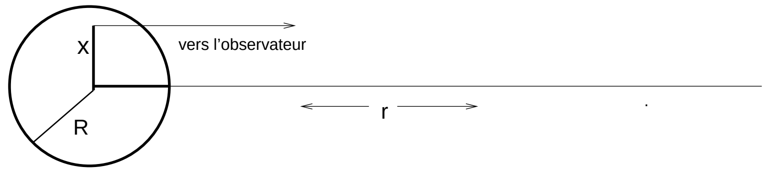
$$X - x \to \frac{R_S}{2}\left[\ln\left(\frac{4x}{R_S}\right) - 1\right]$$

quand $x \to \infty$. On remarquera que cette quantité devient infinie.

Exercice 5:
On considère une région sphérique de rayon R. L'opacité κ_ν est négative, de sorte que le rayonnement qui traverse cette région est amplifié et non absorbé. On suppose que κ_ν est constante et $j_\nu = 0$. Un observateur est situé à une distance r de cette région, avec $r \gg R$. On note δ la distance angulaire mesurée à partir du centre de cette région et projetée sur le plan du ciel ($\delta = x/r$, voir le schéma). La dimension angulaire de cette région est 2Δ, avec $\Delta = R/r$. Montrer que l'intensité spécifique I_ν reçue par l'observateur est

$$I_\nu = \text{Constante} \times \exp\left[-|\kappa_\nu R|(\delta/\Delta)^2\right]$$

pour $\delta/\Delta \ll 1$. Les masers puissants ($|\kappa_\nu R| \gg 1$) sont utilisés dans les études qui nécessitent une résolution spatiale importante. Pourquoi?



Exercice 7:
Quelques questions brèves sur l'évolution stellaire. Il est demandé d'être aussi concis que possible, et de n'utiliser des équations que lorsque cela est essentiel.

7a. Pourquoi l'hélium brûle-t-il dans un "flash" une fois que l'hydrogène a été consommé dans le cœur des étoiles de faible masse? Pourquoi n'est-ce pas le cas dans les étoiles massives?

7b. Pourquoi la température d'une étoile augmente-t-elle lorsque celle-ci perd de la chaleur?

7c. Pourquoi la combustion de l'hydrogène dans une coquille, une fois quittée la séquence principale, produit-elle une luminosité bien plus importante que la combustion dans le cœur sur la séquence principale? Pourquoi la luminosité totale diminue-t-elle lorsque l'hélium commence à brûler dans le cœur, alors que la combustion de l'hydrogène dans une coquille se poursuit?

Formules Utiles

$$\int \sqrt{\frac{r}{r-A}}\,dr = A\ln(\sqrt{r}+\sqrt{r-A}) + \sqrt{r(r-A)}$$

$$U(\text{corps noir}) = aT^4$$

$$c^2dt^2\left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right) - dr^2\left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} - r^2d\Omega^2 = c^2d\tau^2$$

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

$$Rdl/dt = -c \quad \text{propagation du photon}$$

$$\text{lorsque } R = (t/t_0)^{2/3},\ l = \frac{2c}{H_0}\left(1-R^{1/2}\right)$$

$$p_f \sim mc \simeq 0.5hn^{1/3}$$

$$\dot{R}^2 - \frac{8\pi G\rho R^2}{3} = 2E \qquad 1+z = 1/R$$

$$nR^3 = n_0 \qquad TR = T_0 = 2.7\ \text{K}$$

$$E_{tot} = \frac{U}{2}$$

$$\frac{dI_\nu}{dz} = j_\nu - \kappa_\nu I_\nu$$

$$\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0} \equiv z \qquad H(t) = \frac{\dot{R}}{R} \qquad R(t_0) = 1$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{b_2}{b_1}\frac{n_2^*}{n_1^*}, \quad \frac{n_2^*}{n_1^*} = \frac{g_2}{g_1}\exp\left(-\frac{(E_2-E_1)}{kT}\right), \quad \frac{\gamma_{21}}{\gamma_{12}} = \frac{g_1}{g_2}\exp\left(\frac{E_2-E_1}{kT}\right)$$

$$g_1B_{12} = g_2B_{21}, \qquad A_{21}/B_{21} = 8\pi h\nu^3/c^3$$

Tout en MKS : $M_\odot = 2\times10^{30},\ R_\odot = 7\times10^8,\ R_{terre} = 6\times10^6,\ L_\odot = 4\times10^{26}$

$$G \simeq (2/3)\times10^{-10},\ a \simeq (3/4)\times10^{-15},\ H_0 \simeq (1/4)\times10^{-17}$$

$$\rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \simeq 10^{-26},\ \rho_0 \equiv \Omega_m\rho_{crit} \simeq \rho_{crit}/4,\ \rho_V \equiv \Omega_V\rho_{crit} \simeq 3\rho_{crit}/4$$

$$c = 3\times10^8, \quad \pi^2 \simeq 10, \quad h \simeq 2/3\times10^{-33}$$