

INTRODUCTION à L'ASTROPHYSIQUE

Cours d'option de Licence Magistère
Interuniversitaire de Physique.

2006–2007

Steven Balbus

6ème Cours 13 déc 2006: ETOILES A
NEUTRONS

PRESSION DU GAZ DEGENERERE

Pression du gaz = flux de la quantité de mouvement contre un mur:

$$P = \frac{n_e}{2} v_z 2p_z = n_e v_z p_z = \frac{1}{3} n_e p v \text{ (en moyenne)} \quad (1)$$

Pour un gaz dégénéré, la densité d'états par unité de volume et la densité d'électrons sont égales. Donc, pour obtenir la pression, on remplace la densité n_e par $8\pi p^2 dp/h^3$ et on intègre entre 0 et p_f . Pour un gaz non relativiste, $v = p/m_e$, et

$$P = \frac{8\pi}{3m_e h^3} \int_0^{p_f} p^4 dp = \frac{8\pi p_f^5}{15h^3 m_e} \propto \rho^{5/3} \quad (2)$$

Mais pour un gaz très relativiste, $v = c$, et

$$P = \frac{8\pi c}{3h^3} \int_0^{p_f} p^3 dp = \frac{2\pi c p_f^4}{3h^3} \propto \rho^{4/3} \quad (3)$$

avec

$$p_f^3 = \frac{3h^3 n_e}{8\pi} \quad \text{(toujours vrai.)}$$

Calcul de la masse de Chandrasekhar:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dP}{\rho dr} \right) = -4\pi G \rho \quad (\text{équation d'équil. hydro.}) \quad (4)$$

On suppose que $P = K\rho^\gamma$, et soit $n = 1/(\gamma - 1)$. Introduisons la variable densité θ ,

$$\rho = \rho_c \theta^n \quad (5)$$

où ρ_c : densité centrale. Enfin, notons $\xi = r/a$, le rayon sans dimension, où a est à déterminer. Notre équation devient

$$\theta^n = - \underbrace{\frac{1}{a^2} \frac{K(n+1)}{4\pi G} \rho_c^{(1-n)/n}}_{\text{doit être égal à 1.}} \frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) \quad (6)$$

Cela définit la longueur a . On remarque que $a \propto \rho_c^{(1-n)/2n}$.

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\theta^n$$

est l'équation de Lane-Emden.

La masse est donnée par

$$M(r) = -\frac{r^2}{\rho G} \frac{dP}{dr} \quad (\text{éq. d'équi. hydro.}) \quad (7)$$

évaluée à la surface. En fonction de θ et ξ , cela devient

$$M = \left[\frac{K^3 (n+1)^3}{4\pi G^3} \right]^{1/2} \rho_c^{(3-n)/2n} \xi_1^2 \left| \frac{d\theta}{d\xi_1} \right| \quad (8)$$

où ξ_1 est le point où $P(\xi) = 0$.

Ensuite, on prend la limite $n \rightarrow 3$: gaz ultra relativiste. Puisque M ne dépend plus de ρ_c , on ne peut pas augmenter M en augmentant ρ_c . Mais c'est le seul moyen disponible! On a "atteint la limite." Une intégration simple donne:

$$\left| \xi_1^2 \frac{d\theta}{d\xi_1} \right| = 2.018, \quad (9)$$

et toutes les autres constantes sont connues (voir eq.3 pour K). On trouve

$$M = 1.44 M_{\odot}, \text{ la masse Chandrasekhar.} \quad (10)$$

Si on prend $|\xi_1^2 d\theta/d\xi_1| = 2$, la formule est explicitement

$$M_{Ch} = \frac{(3/2)^{1/2}}{8\pi m_p^2} \left(\frac{hc}{G}\right)^{3/2} \quad (11)$$

Remarquez bien la combinaison des constantes fondamentales qui sont présentes. M_{Ch} ne dépend pas de la masse de l'électron. $\sim (hc/G)^{3/2} m_p^{-2}$ est typiquement la masse dont l'équilibre gravitationnel est maintenu par n'importe quelle pression dégénérée — dégénérescence des électrons, ou dégénérescence des neutrons.

LE DÉCALAGE GRAVITATIONNEL VERS LE ROUGE

Le décalage gravitationnel vers le rouge d'une naine blanche peut être mesuré. La première détection fut revendiquée en 1925 (!) par Adams. Il confirma précisément la prédiction théorique, ce qui rendit tout le monde très content. Mais il y avait un petit problème: la prédiction était fautive (facteur de 5)! Peu importe; on a entre-temps fait des progrès, et il existe actuellement beaucoup de mesures très correctes.

Conservation de l'énergie d'un photon:

$$\underbrace{h\nu}_{\text{à l'infini}} = \underbrace{h\nu_0}_{\text{à la surface}} - \underbrace{\frac{GM}{R} \times \frac{\overbrace{h\nu_0}^{\text{masse équiv.}}}{c^2}}_{\text{énergie pot. du photon}} \quad (12)$$

Donc

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{GM}{Rc^2} \right) \quad (13)$$

Le DGVR = $(\nu - \nu_0)/\nu_0$ est ainsi GM/Rc^2 , typiquement $\sim 3 \times 10^{-5}$, facilement mesurable aujourd'hui.

Toutes les masses des naines blanches mesurées sont inférieures à $1.44 M_{\odot}$.

La question est, qu'est-ce qui arrive lorsqu'un coeur stellaire a une masse supérieure à cette valeur?

ÉTOILES À NEUTRONS

Un coeur stellaire dégénéré qui se retrouve avec une masse supérieure à $1.44 M_{\odot}$ a une dernière chance d'éviter un effondrement complet: il peut devenir une étoile à neutrons.

Alors que la densité augmente au cours de l'effondrement, la réaction



est favorisée parce que les neutrinos s'échappent très facilement, et la densité peut ainsi décroître. Cela donne un gaz dominé par les neutrons. La pression de dégénérescence des neutrons maintient l'étoile à l'équilibre.

La masse supérieure limite ne peut pas être très différente de celle d'une naine blanche. Elle doit toujours être $\sim (hc/G)^{3/2}m_p^{-2}$, qui est la valeur calculée pour les naines blanches, une valeur typique pour n'importe quelle étoile qui est maintenue à l'équilibre par la pression de dégénérescence. Mais le rayon R , donné par

$$p_f \sim h \frac{N^{1/3}}{R} \sim mc \rightarrow R \sim \frac{hN^{1/3}}{mc}$$

dépend directement de $1/m$, la masse des particules. Les étoiles à neutrons sont minuscules, typiquement 2000 fois plus petites que les naines blanches. Une étoile à neutrons pourrait tenir à l'intérieur du périphérique!

ECHELLES POUR LES ÉTOILES À NEUTRONS.

$$M \simeq 1.5 M_{\odot} \quad (\text{typiquement } \sim M_{Ch})$$

La masse maximum est probablement inférieure à $2M_{\odot}$, et certainement inférieure à $3M_{\odot}$. (Cela vient de l'équation d'état la plus "rigide" permise par la physique, i.e. telle que la vitesse du son est égale à la vitesse de la lumière.)

$$R \simeq 10 \text{ km}$$

$$\rho = 6.6 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

A comparer avec la masse de tous les êtres humains de la Terre réunis: 6×10^9 (personnes) $\times 6 \times 10^4$ g/personne
 $= 3.6 \times 10^{14}$ g!

Champ magnétique $\sim 10^{12}$ G = 10^8 T (ou plus!)

Faites tomber un livre sur une étoile à neutrons depuis une altitude de 1 m. L'énergie libérée est 10^{12} J, une petite bombe atomique ...

$$\frac{GM_{EN}m_p}{R_{EN}} \simeq 200 \text{ MeV.}$$

La matière accrétée à la surface d'une étoile à neutrons émet des rayons X très énergétiques. C'est pourquoi les EN ont regagné leur popularité dans les années 1960s, lorsque les sources locales de rayons X ont été découvertes.

UN BREF HISTORIQUE

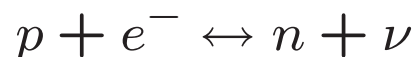
Les EN furent prédites par L. Landau dans les années 1930s, et étudiées par J. R. Oppenheimer et ses collègues pendant cette décennie. On les pensait être minuscules et froides, et complètement inobservables. L'intérêt s'émoussa ...

Le premier satellite X fut lancé en 1962, et découvrit que le ciel était plein de sources de rayon X brillantes et non résolues. Dans certains cas, la luminosité totale en X dépassait la luminosité totale du soleil à toutes les longueurs d'onde réunies! Les EN suscitèrent à nouveau l'intérêt de certains théoriciens, mais pour la plupart des astronomes, elles étaient encore trop bizarres.

En 1967 tous les doutes disparurent: les pulsars furent découverts. Les pulses étaient si réguliers (les horloges les plus précises de l'Univers) et si rapides (30 pulses par seconde pour le pulsar de la nébuleuse du Crabe) que rien d'autre que les étoiles à neutrons n'offrait une explication possible. Lorsqu'on découvrit que le pulsar de la nébuleuse du Crabe ralentissait très progressivement, on montra que le taux de perte d'énergie associé à une étoile à neutrons sphérique en rotation, $d/dt(I\Omega^2/2)$, était exactement le taux d'énergie qui devait être fourni à la nébuleuse pour expliquer son rayonnement! Cela avait été jusque là un profond mystère.

L'existence des étoiles à neutrons avait ainsi été prouvée, et les trous noirs étaient un pas plus proche de la réalité.

L'ÉQUILIBRE D'UNE ÉTOILE À NEUTRONS TRÈS RELATIVISTE



Les protons, électrons et neutrons remplissent leurs états d'énergie jusqu'à l'état le plus haut, c'est-à-dire l'énergie de Fermi ϵ_F . Les neutrinos peuvent être émis avec une énergie arbitrairement faible, et ont une énergie de Fermi nulle. À l'équilibre:

$$\epsilon_f(p) + \epsilon_f(e^-) = \epsilon_f(n)$$

car autrement l'énergie pourrait être diminuée par la création ou destruction de neutrons.

Les $\epsilon_f = p_f c$ ne dépendent que des densités, et $n_p = n_e$ à cause de la neutralité globale.

Comme $p_f \propto n^{1/3}$, l'équation est simple:

$$2n_e^{1/3} = n_n^{1/3}$$

ou $n_e/n_n = 1/8 = 12.5\%$! Des calculs plus détaillés pour un gaz modérément relativiste donnent typiquement quelques pourcents. Les EN sont d'excellents conducteurs électriques! Elles pourraient même être en fait des superconducteurs ...

PULSARS

Les pulsars sont des étoiles à neutrons en rotation rapide. Arguments pour ce modèle:

1. La période la plus rapide est 1.6 ms. Aucune période de vibration de la matière stellaire ou période orbitale ne peut approcher une telle valeur sans s'atténuer rapidement.
2. Si un objet subit un changement sur un temps t , sa taille doit être $< ct$ pour satisfaire à la causalité et à la relativité restreinte. $c \times 1.6\text{ms}$ fait 500 km. Les EN *doivent* être minuscules!

3. Des mesures soignées montrent que souvent les périodes augmentent lentement. Au contraire, les périodes orbitales devraient *décroître* et les périodes de vibration de la matière stellaire ne devraient pas changer.

4. Certaines périodes sont connues avec une précision de 13 décimales! Cela est plus précis que n'importe quelle horloge atomique et ne peut être mesuré qu'avec une moyenne d'un grand nombre de ces horloges. Seuls les mouvements de rotation pure peuvent s'approcher d'une telle précision.

MODÈLES DE PULSAR (SEC. OPTIONNELLE)

Pour une étoile ordinaire, $B \sim 10^{-2}$ T. Si l'étoile devient une EN, sa surface change d'un facteur 10^{-10} , et si $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ est conservé, alors $B_{EN} \sim 10^8$ T. Ces champs sont directement observés dans les raies cyclotrons. (Une raie cyclotron correspond à la fréquence unique émise lorsqu'un électron orbite sur un cercle autour d'une ligne de champ magnétique.)

Champ magnétique dipolaire dans le vide:

$$\Phi = \frac{\mu}{4\pi} \frac{m \cos \theta}{r^2}, \quad \mathbf{B} = -\nabla \Phi \quad (14)$$

$$B_r = \left(\frac{\mu}{4\pi}\right) \frac{2m \cos \theta}{r^3}, \quad B_\theta = \left(\frac{\mu}{4\pi}\right) \frac{m \sin \theta}{r^3} \quad (15)$$

en $\theta = 0$, $B_\theta = 0$, $B_p = (\mu/4\pi)2m/R^3$,
 $m = (4\pi/\mu)(B_p R^3/2)$.

Les pôles magnétiques ne sont pas nécessairement sur l'axe de rotation. Soit α l'angle entre le moment dipolaire et l'axe de rotation z . $\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_z = (4\pi/\mu)[B_p R^3 \cos(\alpha)/2]$, qui est une constante. En revanche,

$$\mathbf{m}_\perp = \left(\frac{4\pi}{\mu}\right) \frac{B_p R^3}{2} \sin \alpha (e_x \cos(\Omega t) + e_y \sin(\Omega t))$$

qui dépend de t . Pour le rayonnement dipolaire:

$$\dot{E} = -\frac{2}{3c^3} \left(\frac{\mu}{4\pi}\right) |\ddot{\mathbf{m}}|^2 = -\frac{2\pi\epsilon_0}{3c} B_p^2 R^6 \Omega^4 \sin^2 \alpha$$

Une EN en rotation perd de l'énergie au taux $I\Omega\dot{\Omega}$, et les observations de Ω et $\dot{\Omega}$ permettent de déterminer $B_p^2 \sin^2 \alpha$. Pour la nébuleuse du Crabe, la région a une luminosité L qui vaut $I\Omega\dot{\Omega}$!